

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Mauricio Romero

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

- ▶ Game theory is a formal methodology and a set of techniques to study: rational agents in strategic settings.

- ▶ Game theory is a formal methodology and a set of techniques to study: rational agents in strategic settings.
- ▶ 'Rational': maximizing over well-defined objectives

- ▶ Game theory is a formal methodology and a set of techniques to study: rational agents in strategic settings.
- ▶ 'Rational': maximizing over well-defined objectives
- ▶ 'strategic': agents care about the actions taken by other agents

- ▶ Game theory is a formal methodology and a set of techniques to study: rational agents in strategic settings.
- ▶ 'Rational': maximizing over well-defined objectives
- ▶ 'strategic': agents care about the actions taken by other agents
- ▶ In general equilibrium theory, agents are price takers and solve

$$\max_x u(x)$$

s.t.

$$p \cdot x \leq p \cdot w,$$

- ▶ Game theory is a formal methodology and a set of techniques to study: rational agents in strategic settings.
- ▶ 'Rational': maximizing over well-defined objectives
- ▶ 'strategic': agents care about the actions taken by other agents
- ▶ In general equilibrium theory, agents are price takers and solve

$$\max_x u(x)$$

s.t.

$$p \cdot x \leq p \cdot w,$$

- ▶ Agents decisions do not affect p , and thus there is no **strategic** interaction

- ▶ Game theory is a formal methodology and a set of techniques to study: rational agents in strategic settings.
- ▶ 'Rational': maximizing over well-defined objectives
- ▶ 'strategic': agents care about the actions taken by other agents
- ▶ In general equilibrium theory, agents are price takers and solve

$$\max_x u(x)$$

s.t.

$$p \cdot x \leq p \cdot w,$$

- ▶ Agents decisions do not affect p , and thus there is no **strategic** interaction
- ▶ Although p is determined from the interaction of all agents (aggregate supply = aggregate demand)

Definition (Strategic Interaction)

There is *strategic interaction* when an agent takes into account how her actions affect other individuals and how other's action affect her

- ▶ Originally, game theory was developed to design optimal strategies in games like chess or poker

Definition (Strategic Interaction)

There is *strategic interaction* when an agent takes into account how her actions affect other individuals and how other's action affect her

- ▶ Originally, game theory was developed to design optimal strategies in games like chess or poker
- ▶ However, it allows to study a wide range of situations that were did not fit in traditional microeconomics theory

History in one slide

- ▶ Modern game theory owes a lot to John Von Neumann. In 1928, he proved the minmax theorem

History in one slide

- ▶ Modern game theory owes a lot to John Von Neumann. In 1928, he proved the minmax theorem
- ▶ In 1944, von Neumann and Oscar Morgenstern published their classic book, “Theory of Games and Strategic Behavior”, which extended the work on zero-sum games, and also started cooperative game theory

History in one slide

- ▶ Modern game theory owes a lot to John Von Neumann. In 1928, he proved the minmax theorem
- ▶ In 1944, von Neumann and Oscar Morgenstern published their classic book, “Theory of Games and Strategic Behavior”, which extended the work on zero-sum games, and also started cooperative game theory
- ▶ In the early 1950’s, John Nash made his seminal contributions to non-zero-sum games and started bargaining theory

History in one slide

- ▶ Modern game theory owes a lot to John Von Neumann. In 1928, he proved the minmax theorem
- ▶ In 1944, von Neumann and Oscar Morgenstern published their classic book, “Theory of Games and Strategic Behavior”, which extended the work on zero-sum games, and also started cooperative game theory
- ▶ In the early 1950’s, John Nash made his seminal contributions to non-zero-sum games and started bargaining theory
- ▶ In 1967–1968, John Harsanyi formalized methods to study games of incomplete information

History in one slide

- ▶ Modern game theory owes a lot to John Von Neumann. In 1928, he proved the minmax theorem
- ▶ In 1944, von Neumann and Oscar Morgenstern published their classic book, “Theory of Games and Strategic Behavior”, which extended the work on zero-sum games, and also started cooperative game theory
- ▶ In the early 1950’s, John Nash made his seminal contributions to non-zero-sum games and started bargaining theory
- ▶ In 1967–1968, John Harsanyi formalized methods to study games of incomplete information
- ▶ In the 1970s, game theory became part of main stream economics (and other social sciences)

Strategic situations and their representation

A game is the description of a strategic situation. To describe a game we need to describe the following elements:

- ▶ Players or participants: The agents that take decisions in the game

Strategic situations and their representation

A game is the description of a strategic situation. To describe a game we need to describe the following elements:

- ▶ Players or participants: The agents that take decisions in the game
- ▶ The rule of the game: a) What actions are available to each player (at each decision point), and b) the order in which players take those actions

Strategic situations and their representation

A game is the description of a strategic situation. To describe a game we need to describe the following elements:

- ▶ Players or participants: The agents that take decisions in the game
- ▶ The rule of the game: a) What actions are available to each player (at each decision point), and b) the order in which players take those actions
- ▶ The information available to each player

Strategic situations and their representation

A game is the description of a strategic situation. To describe a game we need to describe the following elements:

- ▶ Players or participants: The agents that take decisions in the game
- ▶ The rule of the game: a) What actions are available to each player (at each decision point), and b) the order in which players take those actions
- ▶ The information available to each player
- ▶ How the results of the game depends on the actions taken by each individual

Strategic situations and their representation

A game is the description of a strategic situation. To describe a game we need to describe the following elements:

- ▶ Players or participants: The agents that take decisions in the game
- ▶ The rule of the game: a) What actions are available to each player (at each decision point), and b) the order in which players take those actions
- ▶ The information available to each player
- ▶ How the results of the game depends on the actions taken by each individual
- ▶ How individuals value the results of the game

A few examples

Example (Pares o Nones I)

Dos jugadores, Ana y Bernardo, eligen si mostrar uno o dos dedos. Primero Ana le muestra a Bernardo, y una vez Bernardo observa cuantos dedos mostró Ana decide cuantos dedos mostrar. Si la suma total de los dedos es par, Bernardo le tiene que pagar a Ana mil pesos. Si la suma es impar, Ana le tiene que pagar a Bernardo mil pesos.

A few examples

Example (Pares o Nones II)

Dos jugadores, Ana y Bernardo, simultáneamente eligen si mostrar uno o dos dedos simultáneamente. Si la suma total de los dedos es par, Bernardo le tiene que pagar a Ana mil pesos. Si la suma es impar, Ana le tiene que pagar a Bernardo mil pesos.

A few examples

Example (Pares o Nones III)

Dos jugadores, Ana y Bernardo, eligen si mostrar uno o dos dedos. Primero Ana le muestra a Bernardo, y una vez Bernardo observa cuantos dedos mostró Ana decide cuantos dedos mostrar. Si la suma total de los dedos es par, Bernardo le tiene que pagar a Ana mil pesos. Si la suma es impar, no pasa nada.

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

- ▶ We assume agents maximize their **expected** utility

- ▶ We assume agents maximize their **expected** utility
- ▶ Have a well defined utility function

- ▶ We assume agents maximize their **expected** utility
 - ▶ Have a well defined utility function
 - ▶ Under uncertainty they maximize the expected utility

- ▶ Not a trivial assumption

- ▶ Not a trivial assumption
- ▶ Up to know utility functions are useful because they represent preferences

- ▶ Not a trivial assumption
- ▶ Up to know utility functions are useful because they represent preferences
- ▶ If $u(x)$ represents some preferences, then $f(u(x))$ does as well if f is monotonically increasing

- ▶ Not a trivial assumption
- ▶ Up to know utility functions are useful because they represent preferences
- ▶ If $u(x)$ represents some preferences, then $f(u(x))$ does as well if f is monotonically increasing



$$x^* = \arg \max_{x \cdot p \leq w \cdot p} u(x) = \arg \max_{x \cdot p \leq w \cdot p} f(u(x)),$$

for any increasingly monotone f

- ▶ Not a trivial assumption
- ▶ Up to know utility functions are useful because they represent preferences
- ▶ If $u(x)$ represents some preferences, then $f(u(x))$ does as well if f is monotonically increasing



$$x^* = \arg \max_{x \cdot p \leq w \cdot p} u(x) = \arg \max_{x \cdot p \leq w \cdot p} f(u(x)),$$

for any increasingly monotone f

- ▶ If x^* solves

$$\max_{x \cdot p \leq w \cdot p} \mathbb{E}u(x)$$

it does not necessarily solve

$$\max_{x \cdot p \leq w \cdot p} \mathbb{E}f(u(x))$$

- ▶ Not a trivial assumption
- ▶ Up to know utility functions are useful because they represent preferences
- ▶ If $u(x)$ represents some preferences, then $f(u(x))$ does as well if f is monotonically increasing



$$x^* = \arg \max_{x \cdot p \leq w \cdot p} u(x) = \arg \max_{x \cdot p \leq w \cdot p} f(u(x)),$$

for any increasingly monotone f

- ▶ If x^* solves

$$\max_{x \cdot p \leq w \cdot p} \mathbb{E}u(x)$$

it does not necessarily solve

$$\max_{x \cdot p \leq w \cdot p} \mathbb{E}f(u(x))$$

- ▶ In other words, the specific utility function has important repercussions

- ▶ There are three lotteries someone can buy.

- ▶ There are three lotteries someone can buy.
- ▶ The first pays 10 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 5

- ▶ There are three lotteries someone can buy.
- ▶ The first pays 10 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 5
- ▶ The second pays 100 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 50

- ▶ There are three lotteries someone can buy.
- ▶ The first pays 10 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 5
- ▶ The second pays 100 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 50
- ▶ The only difference is the monetary units they use

- ▶ There are three lotteries someone can buy.
- ▶ The first pays 10 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 5
- ▶ The second pays 100 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 50
- ▶ The only difference is the monetary units they use
- ▶ Assume there are three agents with utility functions:
 $u^1(x) = \ln(x + 51)$, $u^2(x) = x + 51$, $u^3(x) = e^{x+51}$

- ▶ There are three lotteries someone can buy.
- ▶ The first pays 10 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 5
- ▶ The second pays 100 with probability 0.5 y 0 with probability 0.5 and costs 50
- ▶ The only difference is the monetary units they use
- ▶ Assume there are three agents with utility functions:
 $u^1(x) = \ln(x + 51)$, $u^2(x) = x + 51$, $u^3(x) = e^{x+51}$
- ▶ All 3 agents have the “same preferences”

Utility	Lottery 1	Lottery 2
$\mathbb{E}u^1$	$0.5 \ln(56) + 0.5 \ln(46) \approx 3.92$	$0.5 \ln(101) + 0.5 \ln(1) \approx 2.3$
$\mathbb{E}u^2$	$0.5(56) + 0.5(46) = 51$	$0.5(101) + 0.5(1) = 51$
$\mathbb{E}u^3$	$0.5e^{56} + 0.5e^{46} \approx 1.04 \times 10^{24}$	$0.5e^{101} + 0.5e^1 \approx 3.65 \times 10^{43}$

- ▶ Si $x^* = \arg \max_{x \in \Gamma} \mathbb{E}u(x)$ entonces
 $x^* = \arg \max_{x \in \Gamma} \mathbb{E}au(x) + b$.

- ▶ Si $x^* = \arg \max_{x \in \Gamma} \mathbb{E}u(x)$ entonces
 $x^* = \arg \max_{x \in \Gamma} \mathbb{E}au(x) + b$.

- ▶ Esto demuestra que transformaciones afines (o lineares) de la función de utilidad siguen representando las mismas preferencias bajo incertidumbre

- ▶ What information is available to each player?

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and “god” places a hat over them

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and “god” places a hat over them
- ▶ The hat can be white or black

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and "god" places a hat over them
- ▶ The hat can be white or black
- ▶ All 3 individuals can see the hat the other two are wearing, but not their own

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and "god" places a hat over them
- ▶ The hat can be white or black
- ▶ All 3 individuals can see the hat the other two are wearing, but not their own
- ▶ All hats are white, but no one knows their own color (just that it's black or white)

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and "god" places a hat over them
- ▶ The hat can be white or black
- ▶ All 3 individuals can see the hat the other two are wearing, but not their own
- ▶ All hats are white, but no one knows their own color (just that it's black or white)
- ▶ Now they go around trying to guess their own color. If they get it correctly they earn all sorts of riches, but if they don't they die. They can either guess or pass

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and "god" places a hat over them
- ▶ The hat can be white or black
- ▶ All 3 individuals can see the hat the other two are wearing, but not their own
- ▶ All hats are white, but no one knows their own color (just that it's black or white)
- ▶ Now they go around trying to guess their own color. If they get it correctly they earn all sorts of riches, but if they don't they die. They can either guess or pass
- ▶ What happens?

- ▶ What information is available to each player?
- ▶ Let's see with an example
- ▶ Suppose there are 3 players and "god" places a hat over them
- ▶ The hat can be white or black
- ▶ All 3 individuals can see the hat the other two are wearing, but not their own
- ▶ All hats are white, but no one knows their own color (just that it's black or white)
- ▶ Now they go around trying to guess their own color. If they get it correctly they earn all sorts of riches, but if they don't they die. They can either guess or pass
- ▶ What happens?
- ▶ They go around for ever saying "pass"

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat
- ▶ What happens?

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat
- ▶ What happens?
- ▶ The first two pass, the third says “white”

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat
- ▶ What happens?
- ▶ The first two pass, the third says “white”
- ▶ Why?

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat
- ▶ What happens?
- ▶ The first two pass, the third says “white”
- ▶ Why?
- ▶ They already knew there was at least a white hat (they knew there were at least two)

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat
- ▶ What happens?
- ▶ The first two pass, the third says “white”
- ▶ Why?
- ▶ They already knew there was at least a white hat (they knew there were at least two)
- ▶ They already knew everyone knew there was at least a white hat

- ▶ Now suppose “god” says: There is at least one white hat
- ▶ What happens?
- ▶ The first two pass, the third says “white”
- ▶ Why?
- ▶ They already knew there was at least a white hat (they knew there were at least two)
- ▶ They already knew everyone knew there was at least a white hat
- ▶ Now they all now, that everyone knows, that everyone knows (ad infinitum) that there is a white hat.

- ▶ This highlights the difference between *mutual knowledge* e common knowledge

- ▶ This highlights the difference between *mutual knowledge* e common knowledge
- ▶ We say Y is common knowledge when all players know Y , and they all know that everyone knows Y , and they all know that everyone knows that everyone knows Y ad infinitum

- ▶ This highlights the difference between *mutual knowledge* e common knowledge
- ▶ We say Y is common knowledge when all players know Y , and they all know that everyone knows Y , and they all know that everyone knows that everyone knows Y ad infinitum
- ▶ We will always assume things are common knowledge (there are some extensions to the cases when utility functions are not common knowledge)

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

Durante el curso utilizaremos la siguiente notación a menos que se indique lo contrario.

- ▶ Los participantes serán denotados con el índice i , donde $i = 1, \dots, N$ y tenemos N jugadores.
- ▶ Denotamos por A_i el espacio de acciones disponibles a un individuo. $a_i \in A_i$ es una acción.
- ▶ Suponga que tenemos un vector $a = (a_1, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_N)$, utilizaremos la siguiente notación $a_{-i} := (a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_N)$ y $a = (a_i, a_{-i})$.
- ▶ Denotamos por S_i el espacio de estrategias disponibles a un individuo. $s_i \in S_i$ es una estrategia. Una estrategia es un plan completo de acción. Es decir, una estrategia es una acción para cada posible contingencia del juego que el jugador pueda enfrentar.
- ▶ Denotamos por u^i la utilidad del agente i . $u_i(s_1, s_{-i})$, es decir que la utilidad del individuo i no solo depende de la estrategia que el siga.

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy** importante*

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$
- ▶ Una estrategia para Ana es una acción $S_{ana} = A_{ana}$

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$
- ▶ Una estrategia para Ana es una acción $S_{ana} = A_{ana}$
- ▶ Para Bernardo es una acción para cada posible contingencia del juego

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$
- ▶ Una estrategia para Ana es una acción $S_{ana} = A_{ana}$
- ▶ Para Bernardo es una acción para cada posible contingencia del juego
- ▶ $S_{Bernardo} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy** importante*

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$
- ▶ Una estrategia para Ana es una acción $S_{ana} = A_{ana}$

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$
- ▶ Una estrategia para Ana es una acción $S_{ana} = A_{ana}$
- ▶ Para Bernardo es una acción para cada posible contingencia del juego

- ▶ Una estrategia es un plan completo de acción.
- ▶ *La diferencia entre estrategias y acciones es **muy importante***
- ▶ Volvamos al ejemplo de pares y nones III
- ▶ Las acciones para ambos individuos son $A_i = \{1, 2\}$
- ▶ Una estrategia para Ana es una acción $S_{ana} = A_{ana}$
- ▶ Para Bernardo es una acción para cada posible contingencia del juego
- ▶ $S_{Bernardo} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos
- ▶ Estos son simplemente formas de esquematizar un juego y facilitan el análisis. La primera forma es la representación normal.

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos
- ▶ Estos son simplemente formas de esquematizar un juego y facilitan el análisis. La primera forma es la representación normal.
- ▶ La representación normal consiste de

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos
- ▶ Estos son simplemente formas de esquematizar un juego y facilitan el análisis. La primera forma es la representación normal.
- ▶ La representación normal consiste de
 - ▶ Lista de los jugadores.

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos
- ▶ Estos son simplemente formas de esquematizar un juego y facilitan el análisis. La primera forma es la representación normal.
- ▶ La representación normal consiste de
 - ▶ Lista de los jugadores.
 - ▶ Espacio de estrategias.

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos
- ▶ Estos son simplemente formas de esquematizar un juego y facilitan el análisis. La primera forma es la representación normal.
- ▶ La representación normal consiste de
 - ▶ Lista de los jugadores.
 - ▶ Espacio de estrategias.
 - ▶ Funciones de pago.

- ▶ Durante el curso utilizaremos dos formas de representar juegos
- ▶ Estos son simplemente formas de esquematizar un juego y facilitan el análisis. La primera forma es la representación normal.
- ▶ La representación normal consiste de
 - ▶ Lista de los jugadores.
 - ▶ Espacio de estrategias.
 - ▶ Funciones de pago.
- ▶ La representación normal no menciona las reglas de juego ni la información disponible. Donde se encuentran “escondidos” estos elementos?

Cuando existen pocos jugadores (dos o tres) se utiliza una matriz de pagos para representar el juego. La siguiente figura presenta un ejemplo.

	s_1	s'_1	s''_1
s_2	$(u_1(s_1, s_2), u_2(s_1, s_2))$	$(u_1(s'_1, s_2), u_2(s'_1, s_2))$	$(u_1(s''_1, s_2), u_2(s''_1, s_2))$
s'_2	$(u_1(s_1, s'_2), u_2(s_1, s'_2))$	$(u_1(s'_1, s'_2), u_2(s'_1, s'_2))$	$(u_1(s''_1, s'_2), u_2(s''_1, s'_2))$

Forma normal de pares y nones I

	1_B	2_B
1_A	(1000,-1000)	(-1000,1000)
2_A	(-1000,1000)	(1000,-1000)

Forma normal de pares y nones II

	(1, 1)	(1, 2)	(2, 1)	(2, 2)
1_A	(1000,-1000)	(1000,-1000)	(-1000,1000)	(-1000,1000)
2_A	(-1000,1000)	(-1000,1000)	(1000,-1000)	(1000,-1000)

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego
- ▶ Yo estoy lejos de ser tan brillante como Joel y por ende utilizare la “muletilla” mental de la forma extensiva

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego
- ▶ Yo estoy lejos de ser tan brillante como Joel y por ende utilizare la “muletilla” mental de la forma extensiva
- ▶ Para representar un juego en forma extensiva se necesita:

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego
- ▶ Yo estoy lejos de ser tan brillante como Joel y por ende utilizare la “muletilla” mental de la forma extensiva
- ▶ Para representar un juego en forma extensiva se necesita:
 - ▶ Lista de los jugadores.

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego
- ▶ Yo estoy lejos de ser tan brillante como Joel y por ende utilizare la “muletilla” mental de la forma extensiva
- ▶ Para representar un juego en forma extensiva se necesita:
 - ▶ Lista de los jugadores.
 - ▶ Información disponible a cada jugador en cada momento del juego.

- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego
- ▶ Yo estoy lejos de ser tan brillante como Joel y por ende utilizare la “muletilla” mental de la forma extensiva
- ▶ Para representar un juego en forma extensiva se necesita:
 - ▶ Lista de los jugadores.
 - ▶ Información disponible a cada jugador en cada momento del juego.
 - ▶ Acciones disponibles a cada jugador en cada momento del juego.

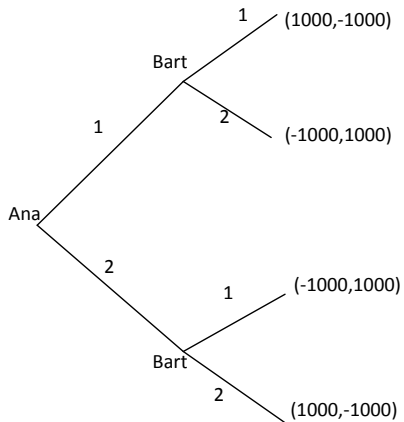
- ▶ Esta es tal vez la forma más natural de representar un juego, pero no siempre es la más útil
- ▶ Joel Sobel, un profesor muy famoso en el mundo de la teoría de juegos, una vez me dijo que la forma extensiva era para mentes “débiles” y que la forma normal era suficiente para analizar cualquier juego
- ▶ Yo estoy lejos de ser tan brillante como Joel y por ende utilizare la “muletilla” mental de la forma extensiva
- ▶ Para representar un juego en forma extensiva se necesita:
 - ▶ Lista de los jugadores.
 - ▶ Información disponible a cada jugador en cada momento del juego.
 - ▶ Acciones disponibles a cada jugador en cada momento del juego.
 - ▶ Funciones de pago.

- ▶ Normalmente uno realiza una representación visual que se llama el “árbol del juego”

- ▶ Normalmente uno realiza una representación visual que se llama el “árbol del juego”
- ▶ Cada punto donde empieza una rama es un “nodo de decisión”, donde un jugador tiene que realizar una acción

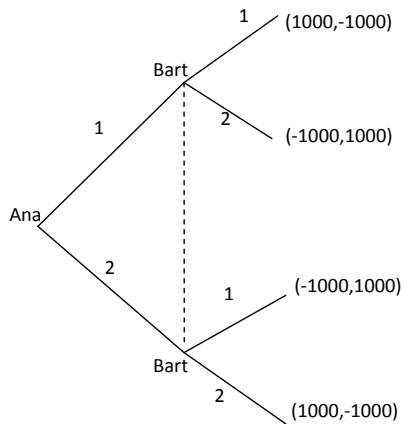
- ▶ Normalmente uno realiza una representación visual que se llama el “árbol del juego”
- ▶ Cada punto donde empieza una rama es un “nodo de decisión”, donde un jugador tiene que realizar una acción
- ▶ Si dos nodos están conectados por líneas punteadas están en un mismo conjunto de información, donde el jugador que tiene el turno no puede diferenciar entre un nodo y el otro (es decir no sabe con certeza en cuál de los dos está).

Forma extensiva Pares o Nones I



Pares o Nones I

Forma extensiva Pares o Nones II



Pares o Nones II

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...


- ▶ Van algunos resultados sin sus pruebas pues estas son algo técnicas y poco relevantes para la mayoría de ustedes

- ▶ Van algunos resultados sin sus pruebas pues estas son algo técnicas y poco relevantes para la mayoría de ustedes
- ▶ Las personas interesadas me pueden buscar y con gusto les daré referencias donde pueden encontrar las pruebas.

- ▶ Van algunos resultados sin sus pruebas pues estas son algo técnicas y poco relevantes para la mayoría de ustedes
- ▶ Las personas interesadas me pueden buscar y con gusto les daré referencias donde pueden encontrar las pruebas.

Theorem

Todo juego se puede representar de ambas formas. La representación no alterará el resultado de nuestros análisis, pero es más sencillo realizar algunos análisis utilizando una forma u otra. Es posible que una forma normal tenga varias formas extensivas equivalentes,¹ sin embargo los resultados de nuestros análisis serán invariantes a esto.

¹Pero cada forma extensiva tiene una sola forma normal equivalente. 

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

Juego del Cienpies

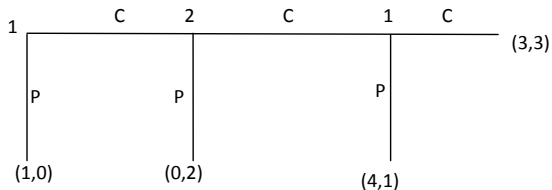
Suponga que hay dos individuos Ana y Bernardo. A Ana se le da un chocolate. Ella puede parar el juego y quedarse con el chocolate o puede continuar. En ese caso se le quita el chocolate a Ana y se le dan dos a Bernardo. Aquí Bernardo puede parar el juego y quedarse con dos chocolates (y Ana con cero) o puede continuar. Si continua, se le quita un chocolate y se le dan cuatro a Ana. Ana puede parar el juego y quedarse con 4 chocolates (y Bernardo con uno), o puede continuar, en cuyo caso el juego acaba con tres chocolates para cada uno.

Juego del Cienpies

Suponga que hay dos individuos Ana y Bernardo. A Ana se le da un chocolate. Ella puede parar el juego y quedarse con el chocolate o puede continuar. En ese caso se le quita el chocolate a Ana y se le dan dos a Bernardo. Aquí Bernardo puede parar el juego y quedarse con dos chocolates (y Ana con cero) o puede continuar. Si continua, se le quita un chocolate y se le dan cuatro a Ana. Ana puede parar el juego y quedarse con 4 chocolates (y Bernardo con uno), o puede continuar, en cuyo caso el juego acaba con tres chocolates para cada uno.

Juego del Cienpies

La representación extensiva de este juego es:



Juego Cienpies en forma extensiva

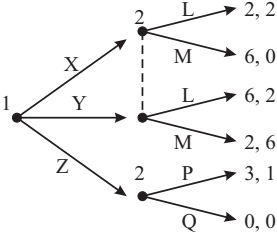
Juego del Cienpies

La representación en forma normal es:

	C	P
C,C	3,3	0,2
C,P	4,1	0,2
P,C	1,0	1,0
P,P	1,0	1,0

Juego Cienpies en forma normal o estratégica

Considere el siguiente juego en forma extensiva:



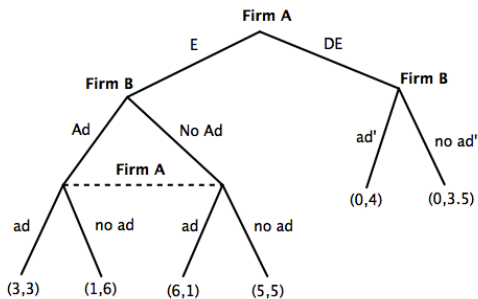
Tomada de las notas de clase de Joel Watson.

Su representación en forma normal o estratégica es:

	2				
1		LP	LQ	MP	MQ
X		2, 2	2, 2	6, 0	6, 0
Y		6, 2	6, 2	2, 6	2, 6
Z		3, 1	0, 0	3, 1	0, 0

Tomada de las notas de clase de Joel Watson.

Considere el siguiente juego en forma extensiva:



Tomada de las notas de clase de Matt Van Essen.

Su representación en forma normal o estratégica es:

	<i>Ad, ad'</i>	<i>Ad, no ad'</i>	<i>No Ad, ad'</i>	<i>No Ad, no ad'</i>
<i>(E, ad)</i>	3,3	3,3	6,1	6,1
<i>(E, no ad)</i>	1,6	1,6	5,5	5,5
<i>(DE, ad)</i>	0, 4	0,3.5	0,4	0,3.5
<i>(DE, no ad)</i>	0, 4	0,3.5	0,4	0,3.5

Tomada de las notas de clase de Matt Van Essen.

Lecture 10: Game Theory // Preliminaries

Introduction

Supuestos

Notation

Estrategias Vs Acciones

Representación Normal o Estratégica

Representación extensiva

Comentarios importantes

Ejemplos

Que viene...

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista
- ▶ Los conceptos que se han desarrollados no pretender predecir como jugaran los individuos en una situación estratégica ni como se desarrollara el juego

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista
- ▶ Los conceptos que se han desarrollados no pretender predecir como jugaran los individuos en una situación estratégica ni como se desarrollara el juego
- ▶ Los conceptos de solución buscan situaciones “estables”

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista
- ▶ Los conceptos que se han desarrollados no pretender predecir como jugaran los individuos en una situación estratégica ni como se desarrollara el juego
- ▶ Los conceptos de solución buscan situaciones “estables”
- ▶ Es decir, estrategias donde ningún individuo tenga incentivos a desviarse o a realizar algo diferente, dado lo que hacen los demás.

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista
- ▶ Los conceptos que se han desarrollados no pretenden predecir como jugaran los individuos en una situación estratégica ni como se desarrollara el juego
- ▶ Los conceptos de solución buscan situaciones “estables”
- ▶ Es decir, estrategias donde ningún individuo tenga incentivos a desviarse o a realizar algo diferente, dado lo que hacen los demás.
- ▶ Esto es un concepto equivalente al de equilibrio general, donde dado unos precios de mercado, todo el mundo está optimizando, los mercados se vacían, y por ende nadie tiene incentivos a desviarse, pero nadie nos dijo como llegamos ahí...

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista
- ▶ Los conceptos que se han desarrollados no pretender predecir como jugaran los individuos en una situación estratégica ni como se desarrollara el juego
- ▶ Los conceptos de solución buscan situaciones “estables”
- ▶ Es decir, estrategias donde ningún individuo tenga incentivos a desviarse o a realizar algo diferente, dado lo que hacen los demás.
- ▶ Esto es un concepto equivalente al de equilibrio general, donde dado unos precios de mercado, todo el mundo está optimizando, los mercados se vacían, y por ende nadie tiene incentivos a desviarse, pero nadie nos dijo como llegamos ahí...

- ▶ Uno quisiera saber cómo la gente se va a comportar en situaciones estratégicas
- ▶ pregunta es mucho más difícil de lo que parece a primera vista
- ▶ Los conceptos que se han desarrollados no pretenden predecir como jugaran los individuos en una situación estratégica ni como se desarrollara el juego
- ▶ Los conceptos de solución buscan situaciones “estables”
- ▶ Es decir, estrategias donde ningún individuo tenga incentivos a desviarse o a realizar algo diferente, dado lo que hacen los demás.
- ▶ Esto es un concepto equivalente al de equilibrio general, donde dado unos precios de mercado, todo el mundo está optimizando, los mercados se vacían, y por ende nadie tiene incentivos a desviarse, pero nadie nos dijo como llegamos ahí... (el subastador walrasiano?)