

• PRIMAVERA 2018

- (a)  $\frac{1}{PMgL^Y(l_Y)} = \frac{PMgK^X(l_X, k_X)}{PMgL^X(l_X, k_X)}$
- (b)  $\frac{UMgX^A(x_A, y_A)}{UMgY^A(x_A, y_A)} = \frac{PMgL^Y(l_Y)}{PMgL^X(l_X, k_X)}$
- (c)  $\frac{UMgX^A(x_A, y_A)}{UMgY^A(x_A, y_A)} = \frac{PMgL^X(l_X, k_X)}{PMgL^Y(l_Y)}$
- (d)  $\frac{UMgX^A(x_A, y_A)}{UMgY^A(x_A, y_A)} = \frac{PMgK^X(l_X, k_X)}{PMgL^X(l_X, k_X)}$

¿TA (b)

$\frac{1}{\frac{\partial f}{\partial L}} = \frac{\text{TRABAJO}}{Y}$        $\frac{\partial f_X / \partial K}{\partial f_X / \partial L} = \frac{\text{TRABAJO}}{\text{CAPITAL}}$

$\frac{\partial U_A / \partial X}{\partial U_A / \partial Y} = \frac{Y}{X} \stackrel{?}{=} \frac{\partial f_Y / \partial L}{\partial f_X / \partial L} = \frac{Y}{X}$   
 Podría ser

$\frac{\partial U_A / \partial X}{\partial U_A / \partial Y} = \frac{\partial f_X / \partial L}{\partial f_Y / \partial L} \Rightarrow \frac{Y}{X} \neq \frac{X}{Y}$

$\frac{\partial U_A}{\partial X} = \frac{Y}{X} \stackrel{?}{\neq} \frac{\partial f_X / \partial L}{\partial f_X / \partial K} = \frac{\text{CAPITAL}}{\text{TRABAJO}}$

- (a) cada asignación de equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto
- (b) existe una única asignación eficiente en el sentido de Pareto
- (c) la empresa Y contrata más trabajadores que la empresa X ya que no puede utilizar capital en la producción
- (d) todas las anteriores

a) ↓ Teo Bienestar ✓  
 b) Ni IDEA X  
 c) GUAT? X  
 d) X

- (a) las demandas y las ofertas son homogéneas de grado cero en precios
- (b) se cumple la Ley de Walras, por lo tanto si todos menos un mercado están en equilibrio el último mercado también
- (c) la asignación de equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto
- (d) todas las anteriores

$\rightarrow a) X^D(P) = X^D\left(\frac{1}{X}P\right) \checkmark$   
 $X^D(P) = X^D\left(\frac{1}{X}P\right)$

(b) si Pero NADA que ver

(c) si ... Pero y GUAT?   
 (d) X

$X^D \rightarrow \text{MAX } U \text{ s.a } X \cdot P \cdot X \in P \cdot W$

3 preguntas. Considere un monopolista que enfrenta una demanda  $q(p)$  la cual la puede segmentar en mercados A y B con demandas  $q_A(p_A)$  y  $q_B(p_B)$  respectivamente (nota:  $q(p) = q_A(p) + q_B(p)$ ). El monopolista tiene una función de costos totales  $CT(q) = q^2$  donde  $q$  es la cantidad total que produce ( $q = q_A + q_B$ ).

$q(p)$  ELASTICIDAD CTE IGUAL -3

4. Denotando con  $\varepsilon_{q,p}$ ,  $\varepsilon_{q_A,p}$ , y  $\varepsilon_{q_B,p}$  las elasticidades de la demanda total, la demanda del mercado A y la del mercado B respectivamente. Si el monopolista no puede discriminar y debe cobrar el mismo precio en ambos mercados escogerá un precio tal que:

- (a)  $\varepsilon_{q_A,p} = \varepsilon_{q_B,p}$  ~~X~~
- (b)  $\frac{p-CMg(q)}{p} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_A,p}} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_B,p}}$  ~~X~~
- (c)  $\frac{p-CMg(q)}{p} = -\frac{1}{\varepsilon_{q,p}}$  ✓
- (d) todas las anteriores

No es RELEVANTE

$q_B(p)$  E CONSTANTE = -4

5. Comparando el mercado si el monopolista puede discriminar en tercer grado con el caso en el que no puede discriminar:

- (a) el monopolista obtendrá beneficios mayores (o iguales) si puede discriminar ✓
- (b) la cantidad intercambiada total será mayor (o igual) si puede discriminar
- (c) el bienestar social (excedente del consumidor más excedente del productor) será mayor (o igual) si puede discriminar
- (d) todas las anteriores

6. Si el monopolista puede discriminar en tercer grado, el monopolista escogerá precios  $p_A$  y  $p_B$  tales que:

- (a)  $q'_A(p_A)p_A + q_A(p_A) = CMg(q_A(p_A))q'_A(p_A)$  ~~X~~
- (b)  $q'_A(p_A)p_A + q_A(p_A) + q'_B(p_B)p_B = CMg(q_A(p_A))q'_A(p_A)$  ✓
- (c)  $q'_A(p_A)p_A + q_A(p_A) = CMg(q_A(p_A) + q_B(p_B))q'_A(p_A)$  ✓
- (d)  $q'_A(p_A)p_A + q_A(p_A) + q'_B(p_B)p_B = CMg(q_A(p_A) + q_B(p_B))q'_A(p_A)$  ~~X~~

$$\text{MAX}_{p_A, p_B} \Pi = q_A(p_A)p_A + q_B(p_B)p_B - (q_A(p) + q_B(p))^2 = 0$$

$$q_T = q^2$$

$$CMg = 2q$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p_A} = q'_A(p_A)p_A + q_A(p_A) - 2(q_A + q_B)q'_A(p) = 0$$

$$q'_A(p_A)p_A + q_A(p_A) = CMg(q_A + q_B)q'_A(p)$$

2 preguntas. Considere el siguiente juego en forma normal.

		Beto		
		W	X	Y
Ana	f	(6,9)	(4,3)	(7,2)
	g	(5,6)	(5,4)	(0,1)
	h	(3,4)	(8,5)	(2,1)

X >> Y  
W >> Y

7. En este juego, considerando dominancia estratégica únicamente en estrategias puras (no considere dominancia por una estrategia mixta):

- (a) la estrategia g está dominada para Ana y la estrategia W es dominante para Beto ~~X~~

7. En este juego, considerando dominancia estratégica únicamente en estrategias puras (no considere dominancia por una estrategia mixta):

- (a) la estrategia  $g$  está dominada para Ana y la estrategia  $W$  es dominante para Beto  $\times$
- (b) Ana no tiene estrategias dominadas y la estrategia  $Y$  está dominada para Beto  $\checkmark$
- (c) La estrategia  $g$  está dominada para Ana, y la estrategia  $Y$  está dominada para Beto  $\times$
- (d) Ana no tiene estrategias dominadas y la estrategia  $W$  es dominante para Beto  $\times$

8. Denotando con  $p_f, p_g, p_h$  las probabilidades con las que Ana juega cada una de sus estrategias, y con  $p_w, p_x, p_y$  las probabilidades con las que Beto juega cada una de sus estrategias. En este juego un equilibrio de Nash en estrategias mixtas es:

- (a)  $(p_f, p_g, p_h) = (1/7, 0, 6/7); (p_w, p_x, p_z) = (1/2, 1/2, 0)$
- (b)  $(p_f, p_g, p_h) = (1/2, 0, 1/2); (p_w, p_x, p_z) = (4/7, 3/7, 0)$
- (c)  $(p_f, p_g, p_h) = (1/7, 0, 6/7); (p_w, p_x, p_z) = (4/7, 3/7, 0)$
- (d) ninguna de las anteriores

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(U_A(F, \sigma_2)) &= 6\left(\frac{1}{8}\right) + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 5 \\ \mathbb{E}(U_A(G, \sigma_2)) &= 5 \\ \mathbb{E}(U_A(H, \sigma_2)) &= 3\left(\frac{1}{2}\right) + 8\left(\frac{1}{2}\right) = 5.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(U_A(F, \sigma_2)) &= 6\left(\frac{4}{7}\right) + 4\left(\frac{3}{7}\right) = 36/7 \\ \mathbb{E}(U_A(G, \sigma_2)) &= 5\left(\frac{4}{7}\right) + 9\left(\frac{3}{7}\right) = 5 \checkmark \\ \mathbb{E}(U_A(H, \sigma_2)) &= 3\left(\frac{4}{7}\right) + 8\left(\frac{3}{7}\right) = 36/7 \end{aligned}$$

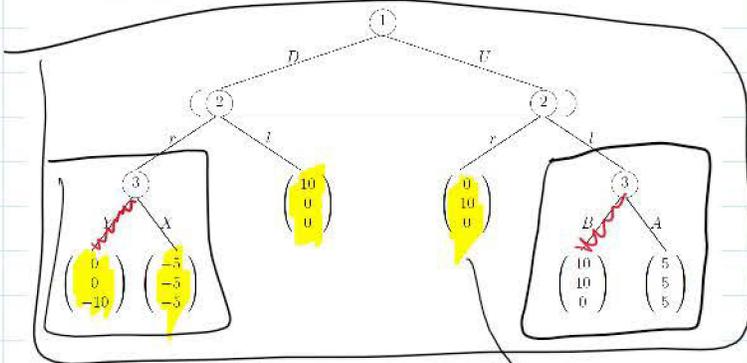
©

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(U_A(F, \sigma_2)) &= 6\left(\frac{4}{7}\right) + 4\left(\frac{3}{7}\right) = 36/7 \\ \mathbb{E}(U_A(G, \sigma_2)) &= 5\left(\frac{4}{7}\right) + 9\left(\frac{3}{7}\right) = 5 \checkmark \\ \mathbb{E}(U_A(H, \sigma_2)) &= 3\left(\frac{4}{7}\right) + 8\left(\frac{3}{7}\right) = 36/7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(U_B(\sigma_1, W)) &= 9\left(\frac{1}{2}\right) + 6(0) + 4\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{2} \\ \mathbb{E}(U_B(\sigma_1, X)) &= 3\left(\frac{1}{2}\right) + 4(0) + 5\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(U_B(\sigma_1, W)) &= 9\left(\frac{1}{7}\right) + 6(0) + 4\left(\frac{6}{7}\right) = \frac{33}{7} \\ \mathbb{E}(U_B(\sigma_1, X)) &= 3\left(\frac{1}{7}\right) + 4(0) + 5\left(\frac{6}{7}\right) = \frac{33}{7} \checkmark \end{aligned}$$

2 preguntas. Considere el siguiente juego en forma extensiva entre 3 jugadores (1, 2, 3). En los vectores de pago, el pago de arriba corresponde al jugador 1, el pago de en medio al jugador 2, y el pago de abajo al jugador 3.



9. En este juego existen 3 subjuegos, el jugador 2 tiene 2 estrategias, y el jugador 1 tiene 4 estrategias.
- (a) 3:2:4
  - (b) 3: 4: 4
  - (c) 3: 4: 4
  - (d) 3: 2: 4

Arreglo ESTAN PARETO DOMINADOS

10. Considerando únicamente estrategias puras, en este juego hay 2 equilibrios perfectos en subjuegos y 0 de esos equilibrios perfectos en subjuegos son eficientes en el sentido de Pareto.

- (a) 1: 0
- (b) 2: 1
- (c) 1: 1
- (d) 2: 0

	r	l
D	-5, -5, -5	10, 0, 0
U	0, 10, 0	5, 5, 5

3 elige XA SIEMPRE

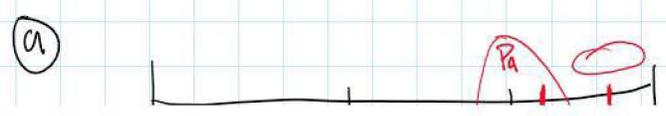
(U, r, XA) (D, l, XA)

1. (30 puntos) Considere el siguiente juego entre dos empresas {A, B} que compiten a la Bertrand. Ambas empresas venden el mismo producto y la demanda del producto es  $q(p) = 30 - p$ . Cada empresa escoge un precio ( $p_A$  y  $p_B$  respectivamente) que tiene que ser un número entero menor a 30. La empresa que ponga el precio más bajo se lleva toda la demanda y la que escoge el precio más alto no vende nada; si ambas ponen el mismo precio la demanda se la dividen en partes iguales. Los costos de producción de la empresa A son  $CT(q_A) = 10q_A$  y los costos totales de la empresa B son  $CT(q_B) = 15q_B$ .
- (a) (10 puntos) Suponga que las empresas escogen sus precios simultáneamente, es decir no observan el precio que escogió la otra empresa. Encuentre todos los equilibrios de Nash de este juego, las cantidades que producen las empresas en cada equilibrio de Nash, y las ganancias en cada equilibrio de Nash.
  - (b) (10 puntos) Suponga ahora que la empresa A escoge su precio primero y, después de observar el precio de A, la empresa B escoge su precio. Encuentre todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos de este juego, las cantidades que producen las empresas en cada equilibrio, y las ganancias en cada equilibrio.
  - (c) (10 puntos) Suponga ahora que la empresa B escoge su precio primero y, después de observar el precio de B, la empresa A escoge su precio. Encuentre todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos de este juego, las cantidades que producen las empresas en cada equilibrio, y las ganancias en cada equilibrio.

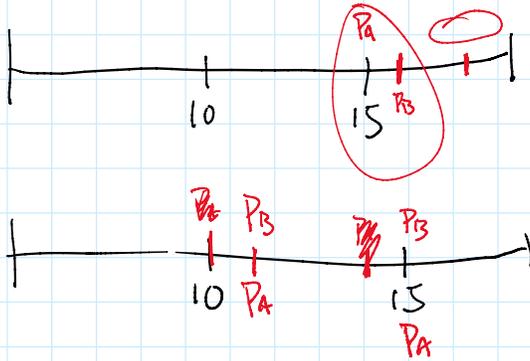
$$\begin{aligned} \pi_B &= (30-p)P - 15(30-p) \\ \frac{\partial \pi_B}{\partial p} &= 30 - 2p + 15 = 0 \\ 45 &= p = 22.5 \\ q^m &= 7.5 \end{aligned}$$


---


$$\begin{aligned} \pi_A &= (30-p)P - 10(30-p) \\ \frac{\partial \pi_A}{\partial p} &= 30 - 2p + 10 = 0 \\ 40 &= 2p \\ 20 &= p^m \quad q^m = 10 \end{aligned}$$

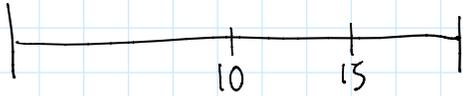


(a)



$$EN = \left\{ \begin{array}{l} (15, 16) \\ (14, 15) \\ (13, 14) \\ (12, 13) \\ (11, 12) \end{array} \right\}$$

(b)



$$MR_B(P_A) = \begin{cases} P_A - 1 & \text{if } P_A > 16 \\ 16 & P_A = 16 \\ (15, \infty) & P_A = 15 \\ (P_A + 1, \infty) & P_A < 15 \\ P_B & P_A > 22.5 \end{cases}$$

¿Q HACE A?

$$\pi^A(16) = \left(\frac{30-16}{2}\right)(16) - \left(\frac{30-16}{2}\right)10$$

$$\pi(15, 15) = \left(\frac{30-15}{2}\right)(15) - \left(\frac{30-15}{2}\right)10$$

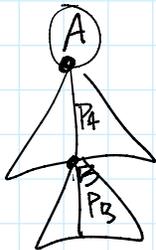
$$\pi(15, 16) = (30-15)(15) - (30-15)(10)$$

$$\pi(14, 15)$$

$$\pi(13, 14)$$

$$\pi(12, 13)$$

$$\pi(11, 12)$$



$$EPS = (15, MR^B)$$

↳ RESULTADO ES JUGAR

$$\pi(15, 16)$$

(c)  $MD^A(P_B) = \begin{cases} 20 = P_A & P_B > 20 \\ \end{cases}$

$$(c) \quad MZ^A(P_B) = \begin{cases} 20 = P_A^* & P_B > 20 \\ P_B - 1 & 11 \leq P_B \leq 20 \\ 11 & P_B = 11 \\ [10, \infty) & P_B = 10 \\ [P_B + 1, \infty) & P_B < 10 \end{cases}$$

¿a' Hace B<sub>0</sub> lo da igual, P<sub>B</sub> > 11  
(cuando sea)

EPS = (13, MZ<sup>A</sup>)  
(13, MZ<sup>A</sup>)  
(14, MZ<sup>A</sup>)  
⋮

⇒

P <sub>B</sub>	P <sub>A</sub>
12	11
13	12
14	13
15	14
16	15
17	16
18	17
19	18
20	19
21	20
22	20
⋮	
30	20

2. (30 puntos) Considere el siguiente juego entre dos personas A y B. Cada persona  $i$  tiene que decidir cuánto dinero  $x_i \in \mathbb{R}$  invierte en cierta actividad. Los pagos de cada persona dependen no solo del dinero que el invierte sino que también depende del dinero que el otro invierte. Los pagos están dados por  $u_A(x_A, x_B) = x_A^{0.5} x_B - x_A$  y los pagos de la persona B están dados por  $u_B(x_A, x_B) = x_B^{0.5} x_A - x_B$ . La decisión de cuánto invertir la toman simultáneamente (no observan la inversión del otro al escoger la suya).

(a) (10 puntos) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego, y para cada uno de ellos diga si es eficiente en el sentido de Pareto o no.

(b) (15 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos  $t = 1, 2$ . En el primer periodo ( $t = 1$ ) se juega el juego de etapa descrito arriba; en el segundo periodo ( $t = 2$ ) se vuelve a jugar el juego de etapa, pero antes de escoger su nivel de inversión los jugadores observan los niveles de inversión del primer periodo. Considere el siguiente perfil de estrategias simétricas (ambos jugadores utilizan la misma estrategia): En el primer periodo ( $t = 1$ ) el jugador invierte 9; en el segundo periodo ( $t = 2$ ) el jugador invierte 4 si en el periodo 1 ambos invirtieron una cantidad de 9, e invierte 0 si en el periodo uno alguno de ellos no invirtió 9. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

A  $U_A = x_A^{0.5} x_B - x_A$

B misma lógica  
 $x_B^z$  y.

A  $U_A = X_A^{0.5} X_B - X_A$   
 $\frac{\partial U_A}{\partial X_A} = \frac{1}{2} X_A^{-1/2} X_B - 1 = 0$

B MISTA LOGICA  
 $\frac{X_A^2}{4} = X_B$

$X_A^{-1/2} X_B = 2$   
 $\frac{X_B}{2} = X_A^{1/2}$   
 $\frac{X_B^2}{4} = X_A$

$X_A(X_B=9) = \frac{81}{4}$

$\left(\frac{X_A^2}{4}\right)^2 = X_A$

$\frac{X_A^4}{64} = X_A$

$\frac{X_A^4}{64} - X_A = 0$

$X_A \left( \frac{X_A^3}{64} - 1 \right) = 0$

$X_A = 0$  o  $X_A^3 = 64$   
 $X_A = 4$

EN = (0,0) o (4,4)

PARETO MAX  $X_A^{1/2} X_B - X_A$  S.C.  $(X_A X_B^{1/2} - X_B \geq 0)$   
 $X_A, X_B$

$\frac{1}{2} X_A^{-1/2} X_B - 1 + \lambda X_B^{1/2} = 0$

$X_A^{1/2} + \lambda \left( \frac{1}{2} X_A X_B^{-1/2} - 1 \right) = 0$

$\frac{\frac{1}{2} X_A^{-1/2} X_B - 1}{X_A^{1/2}} = \frac{X_B^{1/2}}{\frac{1}{2} X_A X_B^{-1/2} - 1}$  [NI (0,0) NI (4,4) (completo) ESTA EQ]

(b) DESV

No DESV.

$\pi_{E=1}(X, g) + \pi_{E=2}(0,0) \delta$

$\pi_{E=1}(g, g) + \delta \pi_{E=2}(4,4)$   
 $g^{1/2}g - g + \delta(4^{1/2}4 - 4)$

$$\begin{aligned}
 & \pi_{k=1}(x, g) + \pi_{k=2}(g, 0) \delta \\
 & \left(\frac{81}{4}\right)^{1/2} g - \left(\frac{81}{4}\right) + 0\delta \\
 & \left(\frac{9}{2}\right)g - \frac{81}{4} \\
 & \frac{81}{2} - \frac{81}{4} = \frac{81}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & g^{1/2}g - g + \delta(4^{1/2}4 - 4) \\
 & g(3-1) + \delta(4(2-1)) \\
 & 18 + \delta(4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{EPS si } \frac{81}{4} &< 18 + 4\delta \\
 20.25 - 18 &< 4\delta \\
 \frac{2.25}{4} &< \delta
 \end{aligned}$$

- (c) (5 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos  $t = 1, 2$ . En el primer periodo ( $t = 1$ ) se juega el juego de etapa descrito arriba; en el segundo periodo ( $t = 2$ ) se vuelve a jugar el juego de etapa, pero antes de escoger su nivel de inversión los jugadores observan los niveles de inversión del primer periodo. Considere el siguiente perfil de estrategias simétricas (ambos jugadores utilizan la misma estrategia): En el primer periodo ( $t = 1$ ) el jugador invierte 100; en el segundo periodo ( $t = 2$ ) el jugador invierte 4 si en el periodo 1 ambos invirtieron una cantidad de 9, e invierte 0 si en el periodo uno alguno de ellos no invirtió 9. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.
- (d) (5 puntos extra) Suponga que este juego se repite dos periodos  $t = 1, 2$ . En el primer periodo ( $t = 1$ ) se juega el juego de etapa descrito arriba; en el segundo periodo ( $t = 2$ ) se vuelve a jugar el juego de etapa, pero antes de escoger su nivel de inversión los jugadores observan los niveles de inversión del primer periodo. Considere el siguiente perfil de estrategias simétricas (ambos jugadores utilizan la misma estrategia): En el primer periodo ( $t = 1$ ) el jugador invierte 16; en el segundo periodo ( $t = 2$ ) el jugador invierte 9 si en el periodo 1 ambos invirtieron una cantidad de 16, e invierte 4 si en el periodo uno alguno de ellos no invirtió 16. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

$$\begin{aligned}
 & \text{Desu} \\
 & \pi(x, 100) + \delta \pi(0, 0) \rightarrow 0 \\
 & \text{NO DESU} \\
 & \pi(100, 100) + \delta \pi(0, 0) \rightarrow 0 \\
 & \pi(x, 100) \stackrel{?}{<} \pi(100, 100) \\
 & \pi(x, 100) \stackrel{?}{>} \pi(100, 100) \\
 & \pi(x, 100) = \frac{100^2}{4}
 \end{aligned}$$