Repaso final b

Tuesday, November 26, 2019 5:36 PM

PRIMAVERA 2019 (FINAL)

• 1)

1. (30 puntos) Dos empresas A y B compiten en un mercado escogiendo precios pero sus productos no son totalmente homogéneos así que aun cuando cobren el mismo precio algunos consumidores escogerán comprar el producto A y otros consumidores escogerán comprar el producto B. La cantidad demanda del producto A depende de su precio y del precio de la empresa B, la demanda de la empresa B depende de su precio y del precio de la empresa A. La demanda de la empresa A es $q_A(p_A, p_B) = 500 - 10p_A + 5p_B$, la Demanda de la empresa B es $q_B(p_A, p_B) = 300 - p_B + 4p_A$. Suponga no hay costos de producción, y que ambas empresas escogen su precio simultáneamente (sin observar el precio de la otra empresa).

   (a) (10 puntos) Encuentra la mejor respuesta de cada empresa al precio de la otra. Grafique su respuesta.

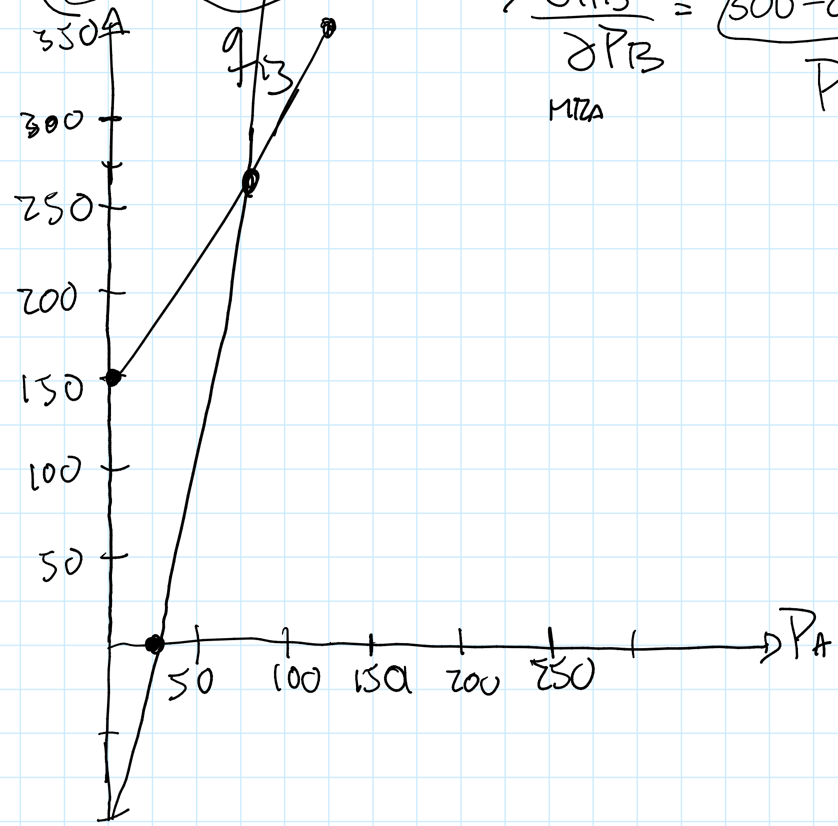
$$\Pi_A = \underbrace{(500 - 10P_A + 5P_B)}_{q_A} P_A \Rightarrow \frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = \boxed{500 - 20P_A + 5P_B = 0}$$

$$\boxed{P_A(P_B) = \frac{500 + 5P_B}{20}}$$

$$\Pi_B = \underbrace{(300 - P_B + 4P_A)}_{q_B} P_B \Rightarrow \frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = \boxed{300 - 2P_B + 4P_A = 0}$$

MRA

$$P_B(P_A) = \frac{300 + 4P_A}{2}$$



   (b) (10 puntos) Encuentre el equilibrio de este juego, la cantidad que se vende en cada mercado, y los beneficios de cada empresa en equilibrio.

$500 - 20P_A + 5P_B = 0$

$300 - 2P_B + 4P_A = 0$

$\times 5 \rightarrow 1500 - 10P_B + 20P_A = 0$

$\rightarrow 500 - 20P_A + 5P_B = 0$

$2000 - 5P_B = 0$

$\boxed{P_B = 400}$ $\boxed{P_A = 125}$

$EN = (125, 400)$

$\Pi_A(125, 400)$

$\Pi_B(125, 400)$

(c) (10 puntos) Suponga que, a partir de los precios de equilibrio, la empresa A aumenta su precio en 25 pesos, y la empresa B aumenta su precio en 50 pesos. ¿Compare los beneficios de las empresas con estos precios contra los beneficios del equilibrio del inciso anterior? ¿Es el equilibrio del inciso anterior eficiente en el sentido de Pareto?

$\Pi_A(150, 450)$

$\Pi_B(150, 450)$

2. (30 puntos) Considere un mercado en competencia en cantidades (Cournot) donde hay dos empresas A y B y cada una escoge su cantidad sin observar la cantidad del otro. La demanda inversa por el producto es $p(Q) = 300 - Q$, donde $Q = q_A + q_B$. No hay costos de producción ($CT_A(q_A) = 0$ y $CT(q_B) = 0$).

(a) (5 puntos) Encuentre las mejores respuestas de cada empresa y grafíquelas, muestre en su gráfica el equilibrio de Nash.

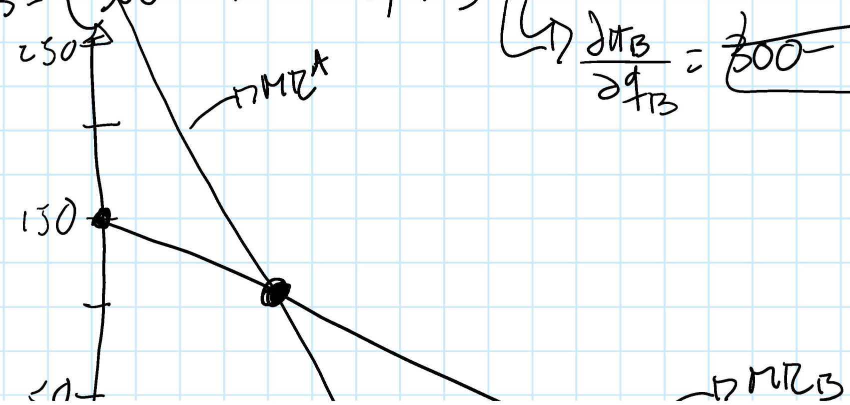
$\Pi_A = (300 - q_A - q_B)\, q_A \Rightarrow \partial\Pi_A/\partial q_A = \boxed{300 - 2q_A - q_B = 0}$

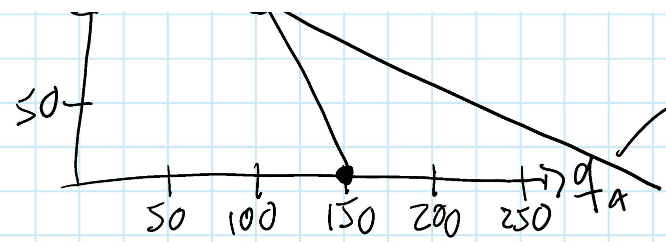
$\frac{300 - q_B}{2} = q_A^{mr}$

$\Pi_B = (300 - q_A - q_B)\, q_B$

$\rightarrow \frac{\partial\Pi_B}{\partial q_B} = \boxed{300 - 2q_B - q_A = 0}$

$\frac{300 - q_A}{2} = q_B^{mr}$





$$300 - 2q_A - q_B = 0$$
$$300 - q_A - 2q_B = 0 \quad \times(-2)$$
$$-600 + 2q_A + 4q_B = 0$$
$$-300 + 3q_A = 0 \Rightarrow$$

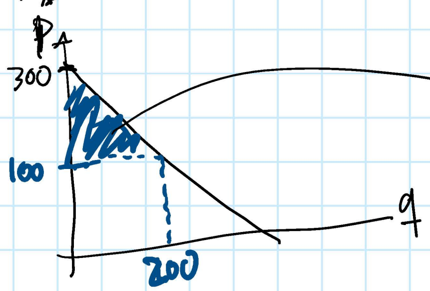
E.N.

$$\boxed{q_A = 100, \quad q_B = 100}$$

(b) (8 puntos) Encuentre el equilibrio de Nash de este juego, el precio al que se vendería el producto, las ganancias de equilibrio de cada empresa, y el excedente del consumidor.

$$P^{EN} = 300 - 100 - 100 = 100$$

$$\Pi_A = P^{EN} q^{EN} = 100 \cdot 100 = \underline{10{,}000} = \Pi^A = \Pi^B$$



$$\frac{200 \cdot 200}{2} = \frac{40{,}000}{2} = \underline{20{,}000}$$

(c) (7 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos, que antes de decidir la cantidad en el segundo periodo se observa la producción del periodo anterior, y que no se descuenta el futuro (el factor de descuento es igual a 1), encuentre todos los equilibrios perfectos en subjuegos.

SOLO HAY $\underline{1}$ Y ES JUGAR EL EN. DEL JUEGO BASE EN AMBOS PERIODOS.

(d) (10 puntos) Suponga que este juego se repite infinitas veces, que en cada periodo antes de decidir la producción de ese periodo se observa la producción del periodo anterior, y que el factor de descuento es $\delta < 1$. Considere el perfil de estrategias de gatillo donde cada jugador juega la siguiente estrategias: En el primer periodo producir 75 unidades; en los demás periodos producir 75 unidades si en cada periodo anterior se produjo una cantidad total igual a 150, y producir 100 unidades en caso de que en algún periodo anterior no se haya producido una cantidad total de 150 unidades. ¿Para qué valores de δ este perfil de estrategias es un equilibrio perfecto en subjuegos? Justifique su respuesta.

SI HUBO DESVIO ANTES

DESV ESTRATEGIA

$$\pi(X,100)+\delta\,\pi(100,100)+\cdots$$

$$\pi(X,100)+\pi(100,100)(\delta+\delta^2+\cdots)$$

$$\pi(X,100)+10{,}000\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)$$

$$\pi(100,100)+10{,}000\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)$$

$$10{,}000\left(1+\frac{\delta}{1-\delta}\right)$$

$$10{,}000\left(\frac{1}{1-\delta}\right)$$

NO DESV ESTRATEGIA

$$\pi(100,100)+\delta\,\pi(100,100)+\cdots$$

$$\pi(100,100)(1+\delta+\delta^2+\cdots)$$

$$\frac{\pi(100,100)}{1-\delta}=\frac{10{,}000}{1-\delta}$$

✓

NO HAY INCENTIVOS A DESVIARSE.

SI NO HUBO DESVIOS ANTES

DESV

$$\pi(X,75)+\delta\,\pi(100,100)+\delta^2\pi(100,100)+\cdots$$

$$\pi(X,75)+\pi(100,100)\left[\delta+\delta^2+\cdots\right]$$

$$\pi(X,75)+10{,}000\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)$$

NO DESV

$$\pi(75,75)+\delta\,\pi(75,75)+\cdots$$

$$\pi(75,75)(1+\delta+\delta^2+\cdots)$$

$$\boxed{\frac{\pi(75,75)}{1-\delta}}=\frac{(300-75-75)75}{1-\delta}$$

$\Pi(x, 75) + 10{,}000\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)$

$$\frac{\ }{1-\delta}$$

$$\frac{\ }{1-\delta}$$

$x = 112.5$

(MR$_A$ (q_B=75))

$$\frac{11250}{1-\delta}$$

$\Pi(112.5, 75) = (300 - 112.5 - 75)(112.5)$

$$\boxed{12{,}656.25 + 10{,}000\frac{\delta}{1-\delta}}$$

$$12{,}656.25 + \frac{10000\delta}{1-\delta} \le \frac{11250}{1-\delta}$$

$$\frac{12656.25 - 12656.25\delta + 10000\delta - 11250}{\cancel{1-\delta}} \le 0$$

$$1406.25 \le 2656.25\delta$$

$$\frac{1406.25}{2656.25} \le \delta$$

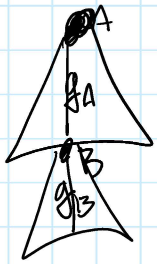
$$\boxed{0.529 \le \delta}$$

1. (30 puntos) En un pueblo viven 2 granjeros A y B. Para alimentar las vacas los granjeros los llevan a un campo del municipio que tiene pastizales y cada día cada granjero decide cuántas vacas lleva al pastizal. El granjero A se despierta temprano y decide la cantidad de vacas (denotada $g_A \in \mathbb{R}_+$) que lleva al pastizal; el granjero B se despierta tarde y, antes de decidir cuántas vacas (denotada $g_B \in \mathbb{R}_+$) lleva al pastizal, puede observar el número de vacas que el granjero A llevó desde temprano. Cada vaca que llevan al pastizal les cuesta \$100 pesos (lo cobra el municipio como cuota de recuperación). El valor de la leche que obtienen de la vaca depende de que tan bien comen, si hay pocas vacas en el pastizal comen mucho y pueden vender la leche a un valor alto, mientras que si hay muchas vacas en el pastizal comen poco y pueden vender la leche en un valor bajo. Sea $V(G) = 900 - G$ el valor de la leche que se obtiene de cada vaca si hubo un total de G vacas en el pastizal, de forma que el pago para el granjero i si el lleva g_i vacas y el otro granjero lleva g_j vacas es $\pi_i(g_i, g_j) = (900 - (g_i + g_j))g_i - 100g_i$. (Suponga que la cantidad de vacas es perfectamente divisible y se pueden llevar cantidades fraccionarias de vacas.)

(a) (10 puntos) Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos y los pagos de equilibrio.

(b) (10 puntos) ¿El equilibrio perfecto en subjuegos es eficiente en sentido de Pareto?

(c) (10 puntos) Si el granjero B pudiera comprar un despertador que le permitiera despertarse más temprano que el granjero A y llevar a sus vacas al pastizal antes que el granjero A, ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por el despertador? Justifique su respuesta.



a) PRIMERO B

$$\pi_B = (900 - g_A - g_B)g_B - 100g_B$$

CPO: $$900 - g_A - 2g_B - 100 = 0$$

$$800 - g_A - 2g_B = 0$$

$$\boxed{g_B = \frac{800 - g_A}{2}}$$

A $$\pi_A = \left(900 - g_A - \left(\frac{800 - g_A}{2}\right)\right)g_A - 100g_A$$

CPO $$900 - 2g_A - \frac{800}{2} + g_A - 100 = 0$$

$$\boxed{400 = g_A}$$

EPS: $\left(g_A = 400, g_B = \frac{800 - g_A}{2}\right)$

$$\boxed{g_B^{EN\ EQ} = 200}$$

$\pi_A = (900 - 400 - 200)400 - 100(400) =$

$\pi_B = (900 - 400 - 200)200 - 100(200) =$

$\Pi_B: (900 - 400 - 200)\,200 - 100(200) =$

(b) $\max_{g_a, g_b} (900 - g_A - g_B)g_a - 100g_a + \lambda\left((900 - g_A - g_B)g_B - 100g_B \geq \bar{\Pi}\right)$

CPO $900 - 2g_a - g_B - 100 + \lambda g_B = 0$

$-g_a + \lambda(900 - g_a - 2g_B - 100) = 0$

$$\frac{900 - 2g_a - g_B - 100}{-g_a} = \frac{-g_B}{900 - g_a - 2g_B - 100}$$

$(400, 200)$ NO CUMPLE LA IGUALDAD.

(c) DAP: $\Pi_A^{EN} - \Pi_B^{EN}$

2. (30 puntos) Dos amigos, Alberto y Begoña, van a poner una tintorería juntos. Begoña decidirá cuánto capital $k \in \mathbb{R}_+$ aportará, mientras que Alberto será el responsable del negocio y decidirá cuánto trabajo $l \in \mathbb{R}_+$ aportará (Begoña no aporta trabajo y Alberto no aporta capital). La decisión es simultánea. Dado (k, l) la tintorería tendrá ganancias iguales a $\sqrt{kl}$ las cuales se dividen 50 % cada uno. El costo del trabajo es $\frac{l^2}{4}$ el cual paga Alberto (es el costo de oportunidad del tiempo de Alberto) el costo del capital es $\frac{k}{4}$ el cual paga Begoña (es el costo de oportunidad del capital de Begoña).

(a) (15 puntos) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego y sus pagos.

(b) (10 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos $t = 1, 2$ y para este inciso suponga que el factor de descuento es igual a 1. Considere el perfil de estrategias donde en $t = 1$ Alberto pone $\frac{2}{3}$ unidades de trabajo, y en $t = 2$ Alberto pone 0.5 unidades de trabajo en caso de en el periodo anterior se hayan puesto $\frac{2}{3}$ unidades de trabajo y $\frac{32}{27}$ unidades de capital, y pone 0 en otro caso; en $t = 1$ Begoña pone $\frac{32}{27}$ unidades de capital, y en $t = 2$ Begoña pone 0.5 unidades de capital en caso de en el periodo anterior se hayan puesto $\frac{2}{3}$ unidades de trabajo y $\frac{32}{27}$ unidades de capital, y pone 0 en otro caso. ¿Este perfil es un equilibrio perfecto en subjuegos?

$\left(\frac{1}{2}\left(\frac{32}{27}\right)^{1/2}\right)^{2/3}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2/3}\left(\frac{32}{27}\right)^{1/3} = \frac{32^{1/3}}{3}\frac{1}{2^{2/3}}$

$=$

$\frac{1}{24}\frac{k^{1/2}}{l^{1/2}} = \frac{l}{2}$

$\frac{1}{2}k^{1/2} = l^{3/2}$

$\left(\frac{1}{2}k^{1/2}\right)^{2/3} = l$

$\Pi_A = \frac{1}{2}\sqrt{kl} - \frac{l^2}{4} \rightarrow$ CPO: $\boxed{\frac{1}{4}k^{1/2}l^{-1/2} - l/2 = 0}$

$\Pi_B = \frac{1}{2}\sqrt{kl} - k/4 \rightarrow$ CPO: $\boxed{\frac{1}{4}k^{-1/2}l^{1/2} - 1/4 = 0}$

$\frac{k}{l} = 2l$

$k = 2l^2$

$k\,l^{1/2} = \frac{1}{4}$

$$\cancel{\tfrac{1}{4}}\frac{L^{1/2}}{K^{1/2}}=\cancel{\tfrac{1}{4}}$$

$$\boxed{L=K}$$

$$L$$

$$K=2L^2$$

$$\Rightarrow \cancel{\tfrac{1}{4}}\frac{L^{1/2}}{K^{1/2}}=\cancel{1/4}$$

$$\frac{L^{1/2}}{(2L^2)^{1/2}}=1$$

$$\frac{L^{1/2}}{2^{1/2}L}=1$$

$$\boxed{\frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}}=L^{1/2}}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}=L}$$

$$L^{1/2}=2^{1/2}L$$

$$L=2L^2$$

$$0=2L^2-L$$

$$0=L(2L-1)$$

$$\boxed{L=0 \text{ ó } L=\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{K=0 \text{ ó } K=\frac{1}{2}}$$

$$EN=(0,0) \text{ ó } \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

$$t=1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3},\frac{32}{27}\right)$$

$t=2$ $\begin{cases} (0,0) & \text{SI EN } t=1 \text{ NO SE JUEGA } \left(\frac{2}{3},\frac{32}{27}\right) \\ \boxed{\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)} & \text{SI EN } t=1 \text{ SE JUGÓ } \left(\frac{2}{3},\frac{32}{27}\right) \end{cases}$

$$\boxed{t=1}$$

SI DESV		NO DESV
$\pi_A\left(X,\frac{32}{27}\right)+\pi_A(0,0)$	$\leq$	$\pi_A\left(\frac{2}{3},\frac{32}{27}\right)+\delta^{1}\pi_A\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$
$\pi_B\left(\frac{2}{3},Y\right)+\pi_B(0,0)$	$\leq$	$\pi_B\left(\frac{2}{3},\frac{32}{27}\right)+\pi_B\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

$\rightarrow X=2/3$ (DE LA MRA)

$\rightarrow X = 2/3$ (DE LA MRA)

$$\underline{\pi\left(\frac{2}{3}, \frac{32}{27}\right)} + 0 \leq \underline{\pi_A\left(\frac{2}{3}, \frac{32}{27}\right)} + \pi_A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$\rightarrow Y = 2/3$

$$\pi_B\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) + 0 \leq \pi_B\left(\frac{2}{3}, \frac{32}{27}\right) + \pi_B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\frac{2}{3}} - \frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}\right) \leq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{32}{27}} - \frac{32}{27}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} \leq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2^6}{3^4}} - \frac{2^3}{3^3} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6} \leq \frac{1}{2}\frac{2^3}{3^2} - \frac{2^3}{3^3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6} \leq \frac{2^2}{3^2} - \frac{2^3}{3^3} - \frac{1}{8}$$

(c) (5 puntos) Suponga que este juego se repite infinitos periodos. Encuentre para qué valores del factor de descuento sería equilibrio perfecto en subjuegos una estrategia de gatillo donde se inicia con $(l, k) = (\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$ y, mientras en cada periodo anterior se haya observado cantidades de trabajo y capital $(l, k) = (\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$, se mantienen jugando $(l, k) = (\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$ pero si, en algún periodo pasado alguien se desvió, de ahí en adelante se jugará $(l, k) = (0, 0)$.