

OTOÑO 2010

2 preguntas (Equilibrio general). Considere una economía con producción y dos consumidores A, B , cada uno con función de utilidad estrictamente monótona y estrictamente cuasiconcava sobre productos X e Y y ocio H que denotamos $u_A(x_A, y_A, h_A)$ y $u_B(x_B, y_B, h_B)$ respectivamente; el consumidor A no tiene dotación de X ni de Y pero cuenta con 1 unidad de tiempo que puede dedicar a trabajar o al ocio; el consumidor B no tiene dotación de X ni de Y pero cuenta con 1 unidad de tiempo que puede dedicar a trabajar o al ocio. Para producir el bien X se utiliza trabajo y se produce de acuerdo a la función $f_X(l_X)$; para producir bien Y se utiliza trabajo y se produce de acuerdo a la función $f_Y(l_Y)$. Denotamos con $UMgZ^i(x_i, y_i, h_i)$ la utilidad Marginal de la persona $i \in \{A, B\}$ por el bien $Z \in \{X, Y, H\}$, con $PMgL^J(l_J)$ el producto marginal del trabajo para la empresa $J \in \{X, Y\}$. La persona A es dueña de la empresa X y la persona B es dueña de la empresa Y . Denotamos con w el salario, p_X el precio del bien X , y p_Y el precio del bien Y . Denotamos con Π_X y Π_Y las ganancias de las empresas X e Y respectivamente.

1. En una asignación eficiente en el sentido de Pareto tal que el consumo de cada producto y cada insumo es estrictamente positivo se debe cumplir que:

(a) $UMgH^A(x_A, y_A, h_A) = UMgH^B(x_A, y_A, h_A)$

(b) $PMgL^X(l_X) = PMgL^Y(l_Y)$

(c) $UMgH^A(x_A, y_A, h_A) = PMgL^X(l_X)$

(d) ninguna de las anteriores

Handwritten notes for question 1:
 $\frac{UMgA}{Tiempo} = \frac{\partial U}{\partial H}$
 $\frac{UMgB}{Tiempo}$
 $\frac{\partial f_X}{\partial L} = \frac{X}{L}$
 $\frac{\partial f_Y}{\partial L} = \frac{Y}{L}$
 $\frac{\partial U_A}{\partial H} = \frac{UMgA}{Tiempo}$
 $\frac{\partial f_X}{\partial L} = \frac{X}{L}$

2. En esta economía podemos asegurar que en equilibrio:

(a) $x_A + x_B = f_X(l_X)$

(b) $h_A + h_B = 2$

(c) $x_A + y_A + h_A = w + \Pi_X$

(d) todas las anteriores

Handwritten notes for question 2:
 $\rightarrow \Delta x = 0_x$
 \rightarrow Facta l_x y l_y
 $\rightarrow X$ por UNIDADES

3 preguntas (Monopolio). Considere un monopolista que enfrenta una demanda $q(p)$ la cual la puede segmentar en mercados A y B con demandas $q_A(p_A)$ y $q_B(p_B)$ respectivamente (nota: $q(p) = q_A(p) + q_B(p)$). El monopolista tiene una función de costos totales $CT(q) = q^2$ donde q es la cantidad total que produce ($q = q_A + q_B$). Denotando con $\varepsilon_{q,p}$, ε_{q_A, p_A} , y ε_{q_B, p_B} las elasticidades de la demanda total, la demanda del mercado A y la del mercado B respectivamente.

3. Si el monopolista no puede discriminar y debe cobrar el mismo precio en ambos mercados ($p_A = p_B = p$), denotando con p^* el precio que maximiza sus beneficios y con (q_A^*, q_B^*) las cantidades que vende a ese precio en cada mercado, podemos asegurar que:

(a) $\frac{p^* - CMg(q_B^*)}{p^*} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_B, p_B}}$

(b) $\frac{p^* - CMg(q_A^*)}{p^*} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_A, p_A}}$

(c) $\frac{p^* - CMg(q_A^* - q_B^*)}{p^*} = -\frac{1}{\varepsilon_{q, p}}$

(d) todas las anteriores

Handwritten note for question 3: $\rightarrow CMg = 2q$

Handwritten checkmark $\rightarrow \checkmark$

4. Si el monopolista puede discriminar en tercer grado cobrando un precio distinto en cada mercado, denotando con p_A^*, p_B^* los precios que maximizan sus beneficios y con (q_A^*, q_B^*) las cantidades que vende a esos precios en cada mercado, podemos asegurar que:

(a) $\frac{p_B^* - CMg(q_B^*)}{p_B^*} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_B, p_B}}$

(b) $\frac{p_A^* - CMg(q_A^*)}{p_A^*} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_A, p_A}}$

(c) $\frac{p_A^* - CMg(q_A^* + q_B^*)}{p_A^*} = -\frac{1}{\varepsilon_{q_A, p_A}}$ ✓

(d) ninguna de las anteriores

$$\pi = p_A q_A(p_A) + p_B q_B(p_B) - (q_A(p_A) + q_B(p_B))^2$$

CPO
$$p_A q_A' + q_A(p_A) - 2(q_A(p_A) + q_B(p_B)) q_A' = 0$$

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_A} [p_A - CMg(q_A + q_B)] = -q_A$$

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_A} \frac{p_A}{q_A} [p_A - CMg(q_A + q_B)] = -1$$

$$\frac{p_A - CMg(q_A + q_B)}{p_A} \varepsilon_A = -1$$

$$\frac{p_A - CMg(q_A + q_B)}{p_A} = -\frac{1}{\varepsilon_A}$$

2 preguntas. Considere el siguiente juego en forma normal.

		Beto		
		W	X	Y
Ana	f	(10, 10)	(35, 15)	(0, 20)
	g	(15, 35)	(10, 10)	(2, 30)
	h	(20, 3)	(30, 2)	(3, 5)

$h \gg g$
 $y \gg x$

5. En este juego, considerando dominancia estratégica únicamente en estrategias puras (no considere dominancia por una estrategia mixta):

- (a) la estrategia g está estrictamente dominada para Ana; y la estrategia Y es estrictamente dominante para Beto
- (b) la estrategia g está estrictamente dominada para Ana; y la estrategia X está estrictamente dominada para Beto
- (c) la estrategia h es estrictamente dominante para Ana, y la estrategia X está estrictamente dominada para Beto
- (d) todas las anteriores

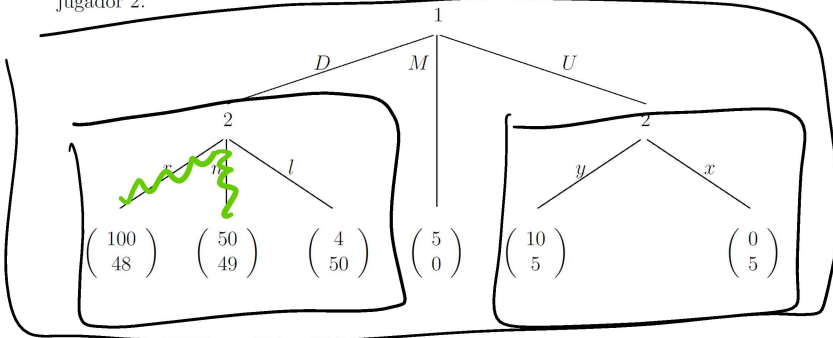
6. Denotando con p_f, p_g, p_h las probabilidades con las que Ana juega cada una de sus estrategias, y con p_w, p_x, p_y las probabilidades con las que Beto juega cada una de sus estrategias. En este juego un equilibrio de Nash en estrategias mixtas es:

- (a) $(p_f, p_g, p_h) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0); (p_w, p_x, p_y) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6})$
- (b) $(p_f, p_g, p_h) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}); (p_w, p_x, p_y) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6})$
- (c) $(p_f, p_g, p_h) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0); (p_w, p_x, p_y) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0)$
- (d) ninguna de las anteriores

7. Si este juego se repite 2 periodos y la persona no descuenta el futuro (el factor de descuento es $\delta = 1$), y entre cada periodo se observan las acciones que se jugaron en el periodo anterior, en el juego repetido podemos asegurar que:

- (a) en el primer periodo se pueden jugar acciones que no son de equilibrio estático
- (b) existe un único equilibrio de Nash perfecto en subjuegos
- (c) en el segundo periodo, fuera del sendero de equilibrio, se pueden jugar acciones que no son de equilibrio estático
- (d) todas las anteriores

2 preguntas. Considere el siguiente juego en forma extensiva entre 2 jugadores (1,2). En los vectores de pago, el pago de arriba corresponde al jugador 1, el pago de abajo al jugador 2.



8. En este juego existen 3 subjuegos, y el jugador 2 tiene 6 estrategias puras.

- (a) 3; 5
- (b) 3; 6
- (c) 4; 6
- (d) 4; 5

9. Considerando únicamente estrategias puras, en este juego hay _____ equilibrios de Nash, y de esos equilibrios _____ son perfectos en subjuegos.

- (a) 4; 1
- (b) 2; 2
- (c) 4; 2
- (d) 3; 2

	p_y	p_x	λ_y	λ_x	L_y	L_x
D	<u>100, 48</u>	<u>100, 48</u>	<u>50, 49</u>	<u>50, 49</u>	<u>4, 50</u>	<u>4, 50</u>
M	<u>5, 0</u>	<u>5, 0</u>	<u>5, 0</u>	<u>5, 0</u>	<u>5, 0</u>	<u>5, 0</u>
U	<u>10, 5</u>	<u>0, 5</u>	<u>10, 5</u>	<u>0, 5</u>	<u>10, 5</u>	<u>0, 5</u>

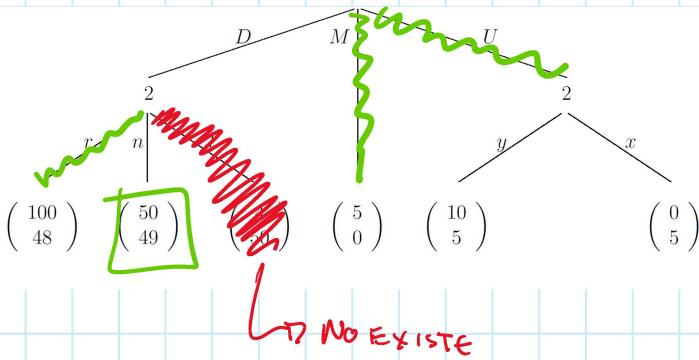
$FN = \{(M, L_x); (U, L_y)\} = EPS$

$$EN = \left\{ (M, L'X); (U, LY) \right\} = EPS$$

$$\left(\begin{matrix} 5, 0 \\ 10, 5 \end{matrix} \right)$$

10. En este juego, si el jugador 2 pudiera eliminar la opción de jugar l en caso de que el jugador 1 juega D (de forma que el juego cambia y ya no existe esa acción), el pago del jugador 2 en equilibrio perfecto en subjuegos _____, y el pago del jugador 1 en equilibrio perfecto en subjuegos _____.

- aumentaría; aumentaría
- (b) disminuiría; aumentaría
- (c) disminuiría; disminuiría
- (d) aumentaría; disminuiría.



PARCIAL 2 REPETIDO

1. (30 puntos) Ana y Beto son compañeros de clase y se pusieron de acuerdo para estudiar juntos de la siguiente forma: Ana estudiaría el tema X y Beto estudiaría el tema Y y luego Ana le explicaría a Beto el tema X y Beto le explicaría a Ana el tema Y. Si denotamos con x el tiempo que dedica Ana a estudiar el tema X y con y el tiempo que dedica Beto a estudiar el tema Y la función de utilidad de Ana es $u_A(x, y) = 3x^{1/3}y^{1/6} - x$, y la función de utilidad de Beto es $u_B(x, y) = 3x^{1/6}y^{1/3} - y$.

- (a) (5 puntos) Si, partiendo de un perfil de estrategias en el que tanto Ana como Beto dedican tiempo positivo a estudiar ($x > 0, y > 0$), Ana aumenta su tiempo de estudio manteniendo el de Beto constante ¿que le pasa a la utilidad de Ana y que le pasa a la utilidad de Beto?
- (b) (15 puntos) Suponiendo que Ana y Beto escogen el tiempo que cada uno dedica a estudiar su tema simultáneamente (sin observar el tiempo que el otro dedica), encuentre la mejor respuesta de Ana al tiempo que estudia Beto, la mejor respuesta de Beto al tiempo que estudia Ana, y el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras de este juego. Grafique las mejores respuestas y en la gráfica marque el(los) equilibrios de Nash.
- (c) (5 puntos) Escriba el problema de maximización para encontrar los perfiles de estrategias (los tiempos de estudio) que son eficientes en el sentido de Pareto. ¿Es algún equilibrio de Nash en este juego eficiente en el sentido de Pareto?
- (d) (5 puntos) Comparando el tiempo que se estudia en equilibrio de Nash con el tiempo que se estudia en un perfil de estrategias eficiente (x^e, y^e) en el sentido de Pareto donde Ana y Beto dedican el mismo tiempo de estudio ($x^e = y^e$) ¿Podemos afirmar que en cualquier equilibrio (de Nash) se estudia menos tiempo de lo eficiente?

$$NE = \left\{ (0,0), (1,1) \right\}$$

$$OP = \left\{ \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right) \right\}$$

$$\hookrightarrow U\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{4}\right)^{1/6} - \frac{1}{4}$$

$$= 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

T=2 ¿es posible SUBAR (2,2) EN $t=1$?

S = $\left\{ \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right) \right\}$ EN $t=1$
 . . . (0,0) SI NO SUBARON $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right)$ ANTES

$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1) \text{ si NO SUBARON } (1/4, 1/4) \text{ ANTES} \\ (0,0) \text{ si SUBARON } (1/4, 1/4) \text{ ANTES} \end{array} \right.$ en $t=2$

Desv

$$\pi(x, z) + \delta \pi(0, 0)$$

$$\pi(x, z) = 3x^{1/3}z^{1/6} - x = 3x^{1/3}(z)^{1/6} - x$$

CFO $x^{-2/3}(z)^{1/6} - 1 = 0$

$$(z)^{1/6} = x^{2/3}$$

$$(z)^{1/6 \cdot 3/2} = x$$

$$(z)^{1/4} = x$$

$$\pi(z^{1/4}, z) = 3(z^{1/4})^{1/3}(z)^{1/6} - (z)^{1/4}$$

$$= 3(z)^{1/12}(z)^{1/6} - (z)^{1/4}$$

$$= 3(z)^{1/4} - (z)^{1/4}$$

$$= (z)^{1/4} \cdot 2$$

$(z)^{1/4} \cdot 2 + \delta 0$

No Desv

$$\pi(1/4, 1/4) + \delta \pi(1, 1)$$

$$\hookrightarrow \pi(1/4, 1/4) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}\left(\frac{1}{4}\right)^{1/6} - \frac{1}{4}$$

$$= 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\pi(1, 1) = 3 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 2$$

$$\frac{5}{4} + \delta 2$$

$$\frac{5}{4} + 2\delta \geq (z)^{1/4} \cdot 2$$

$$\delta \geq \frac{(z)^{1/4} \cdot 2 - 5/4}{2}$$

$T = \infty$ ¿se puede sostener (z, z) en todo ϵ ?

$S = \left\{ \begin{array}{l} \epsilon = 1 \quad (1/4, 1/4) \\ \text{en } \epsilon > 1 \quad (1/4, 1/4) \text{ si en todo periodo anterior } (1/4, 1/4) \end{array} \right.$

$\delta > 1$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{en } t > 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (1/4, 1/4) \text{ si en todo periodo anterior } (1/4, 1/4) \\ (0, 0) \text{ en otro caso} \end{array} \right.$

HAY 2 TIPOS SUBJUEGOS

TIPO I \rightarrow YA HUBO DESVIO ANTES.

<p style="text-align: center;"><u>DesV</u></p> $\pi(x, 0) + \pi(0, 0)\delta + \dots$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $\pi(x, 0)$ <p style="text-align: center;">Lo mejor es $x=0$</p> $\pi(0, 0) = 0$	<p style="text-align: center;"><u>No DesV</u></p> $\pi(0, 0) + \delta \pi(0, 0) + \dots + \pi(0, 0)\delta^t + \dots$ <p style="text-align: center;">0</p>
--	---

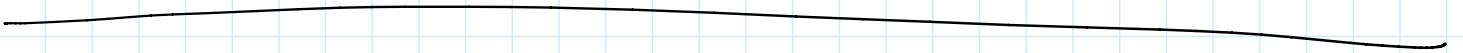
TIPO II \rightarrow SI NO DESVIO ANTES

<p style="text-align: center;"><u>DesV</u></p> $\pi(x, z) + \pi(0, 0)\delta + \pi(0, 0)\delta^2 + \dots$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $\pi(x, z)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-top: 10px;"> $z^{1/4} \cdot z$ </div>	<p style="text-align: center;"><u>No DesV</u></p> $\pi(z, z) + \delta \pi(z, z) + \dots$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $\frac{1}{1-\delta} \pi(z, z)$ $\leq \frac{1}{1-\delta} (3 \cdot z^{1/3} \cdot z^{1/6} - z) = \frac{1}{1-\delta} (3\sqrt[3]{z} - z)$
--	---

$$z^{1/4} \cdot z \leq \frac{1}{1-\delta} (3\sqrt[3]{z} - z)$$

$$1-\delta \leq \frac{3\sqrt[3]{z} - z}{z^{1/4} \cdot z}$$

$$1 - \left(\frac{3\sqrt[3]{z} - z}{z^{1/4} \cdot z} \right) \leq \delta$$



A hand-drawn black curve on a blue grid background. The curve starts at the left edge, rises slightly to a peak, and then descends towards the right edge.