Repaso final d

Thursday, November 28, 2019 5:19 PM

(c) (5 puntos) Suponga que este juego se repite infinitos periodos. Encuentre para qué valores del factor de descuento sería equilibrio perfecto en subjuegos una estrategia de gatillo donde se inicia con $(l,k) = (\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$ y, mientras en cada periodo anterior se haya observado cantidades de trabajo y capital $(l,k) = (\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$, se mantienen jugando $(l,k) = (\frac{2}{3}, \frac{32}{27})$ pero si, en algún periodo pasado alguien se desvió, de ahí en adelante se jugará $(l,k) = (0,0)$.

$U_A = \frac{1}{2}\sqrt{kl} - \frac{l^2}{4}$

$U_B = \frac{1}{2}\sqrt{kl} - \frac{k}{4}$

• 2 TIPOS SUBJUEGOS

TIPO I → SI YA HUBO DESVIOS.

ALBERTO

DESV

$\pi(x,0) + \cancel{\pi(0,0)\delta + \cdots} \to 0$

$\pi(x,0)$

$\pi(0,0)$ POR $x=0$ ES MR

0

NO DESV

$\underbrace{\pi(0,0) + \delta\pi(0,0) + \cdots}_{0}$

BEGOÑA

DESV

$\pi(0,x) + \cancel{\delta\pi(0,0) + \cdots} \to 0$

$x=0$ ES MR

$\pi(0,0)$

0

NO DESV

$\underbrace{\pi(0,0) + \cdots}_{0}$

TIPO II → NO DESVIO ANTES.

A

DESV

$\pi(x,\frac{32}{27}) + \pi(\frac{2}{3},\frac{32}{27})\delta + \cdots$

$\pi(x,\frac{32}{27})/1-\delta$

$\frac{\pi(\frac{2}{3},\frac{32}{27})}{1-\delta}$

NO DESV

$\pi(\frac{2}{3},\frac{32}{27}) + \pi(\frac{2}{3},\frac{32}{27})\delta + \cdots$

$= \pi(\frac{2}{3},\frac{32}{27}) \cdot \frac{1}{1-\delta}$

B

DESV

$\pi(\frac{2}{3},y) + \cancel{\pi(0,0)\delta + \pi(0,0)\delta^2 + \cdots} \to 0$

$\pi(\frac{2}{3},y)$

$\pi^B(\frac{2}{3},\frac{2}{3})$

NO DESV

$\pi^B(\frac{2}{3},\frac{32}{27}) + \delta\pi(\frac{2}{3},\frac{32}{27}) + \cdots$

$\frac{\pi^B(\frac{2}{3},32/27)}{1-\delta}$

$$\pi\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right) \leq \frac{\pi(\frac{2}{3},32/27)}{1-\delta}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}} - \frac{2/3}{4} \leq \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{32}{27}} - \frac{32/27}{4}}{1-\delta}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} - \frac{2}{12} \leq \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2^6}{3^4}}\right) - \frac{2^3}{3^3}$$

$$1-\delta$$

$$\frac{2}{6}-\frac{2}{12} \le \left(\frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{2^{\cancel{3}}}{3^2}-\frac{2^3}{3^3}\right)/1-\delta$$

$$\frac{2}{12} \le \frac{\frac{2^2}{3^2}-\frac{2^3}{3^3}}{1-\delta} = \frac{\frac{2^2\cdot 3-2^3}{3^3}}{1-\delta} = \frac{\frac{12-8}{3^3}}{1-\delta}$$

$$\frac{1}{6} \le \frac{4}{27(1-\delta)}$$

$$1-\delta \le \frac{24}{27}$$

$$1-\frac{24}{27} \le \delta$$

$$\frac{3}{27} \le \delta$$

$$\boxed{\frac{1}{9} \le \delta}$$

• OTOÑO 2017

1. (30 puntos) **Equilibrio General.** Considere una economía con dos consumidores A y B, dos bienes de consumo X e Y, y dos insumos capital y tiempo de trabajo (K y L). Los bienes de consumo se producen de acuerdo a las funciones de producción $f_X(l_X, k_X)$ y $f_Y(l_Y, k_Y)$ respectivamente. El consumidor A es dueño de la empresa X y el consumidor B es dueño de la empresa Y. El consumidor A tiene una dotación de 100 unidades de capital y 20 unidades de tiempo que puede dedicar a ocio y a trabajar, mientras que el consumidor B tiene una dotación de 50 unidades de capital y 20 unidades de tiempo que puede dedicar a ocio y a trabajar. Cada consumidor tiene función de utilidad sobre consumo de bien X, bien Y y tiempo ocio (H) denotadas $u_A(x_A, y_A, h_A)$ y $u_B(x_B, y_B, h_B)$ respectivamente. Los precios de los bienes X y Y los denotamos p_X, p_Y respectivamente, el salario w y el precio del capital r.

   (a) (15 puntos) Defina que es una asignación eficiente en el sentido de Pareto y escriba el problema de maximización para obtener las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto

   (b) (15 puntos) Defina el equilibrio de la economía (escriba el problema de maximización de cada agente con las restricciones correspondientes así como las condiciones de equilibrio de esta economía).

a) •Def: $(x_A, y_A, h_A, x_B, y_B, h_B)$ es un O.P.
si solo si No existe otra asignacion
factible $(\hat{x}_A, \hat{y}_A, \hat{h}_A, \hat{x}_B, \hat{y}_B, \hat{h}_B)$ t.q.

si solo si No EXISTE OTRA ASIGNACION FACTIBLE $(\hat{x}_A, \hat{y}_A, \hat{h}_A, \hat{x}_B, \hat{y}_B, \hat{h}_B)$ T.Q.

$$U_i(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{h}_i) \geq U_i(x_i, y_i, h_i) \quad \forall i \in \{A, B\}.$$

Y Q' PARA AL MENOS UN $\hat{i}$

$$U_{\hat{i}}(\hat{x}_{\hat{i}}, \hat{y}_{\hat{i}}, \hat{h}_{\hat{i}}) > U_{\hat{i}}(x_{\hat{i}}, y_{\hat{i}}, h_{\hat{i}})$$

$$\Rightarrow x_A + x_B \leq f_x(L_x, K_x)$$

$$y_A + y_B \leq f_y(L_y, K_y)$$

$$h_A + h_B + L_x + L_y \leq 40$$

$$K_x + K_y \leq 150$$

- $$\max_{\substack{x_A, y_A, h_A \\ x_B, y_B, h_B \\ L_x, L_y, K_x, K_y}} U_A(x_A, y_A, h_A) \quad \text{s.a.}$$

1) $U_B(x_B, y_B, h_B) \geq \bar{U}$
2) $x_A + x_B \leq f_x(L_x, K_x)$
3) $y_A + y_B \leq f_y(L_y, K_y)$
4) $h_A + h_B + L_x + L_y \leq 40$
5) $K_x + K_y \leq 15$

(b) UN EQ. COMPETITIVO ES UNA ASIGNACION: $(x_A^*, y_A^*, h_A^*, x_B^*, y_B^*, h_B^*, L_x^*, L_y^*, K_x^*, K_y^*)$ Y UN VECTOR DE PRECIOS (P_x^*, P_y^*, w^*, r^*) T.Q.

1) FIRMAS MAXIMIZAN:

$$(L_x^*, K_x^*) = \arg\max_{L_x, K_x} \Pi_x = P_x^* f_x(L_x, K_x) - L_x w^* - K_x r^*$$

$$(L_y^*, K_y^*) = \arg\max_{L_y, K} \Pi_y = P_y^* f_y(L_y, K_y) - L_y w^* - K_y r^*$$

2) CONSUMIDORES MAXIMIZAN

$$(x_A^*, y_A^*, h_A^*) = \arg\max_{x_A, y_A, h_A} U_A(x_A, y_A, h_A) \quad \text{s.t.} \quad P_x^* x_A + P_y^* y_A + w^* h_A \leq 100 r^* + 20 w^* + \Pi_x^*$$

$$(x_B^*, y_B^*, h_B^*) = \arg\max_{x_B, y_B, h_B} U_B(x_B, y_B, h_B) \quad \text{s.t.} \quad P_x^* x_B + P_y^* y_B + w^* h_B \leq 50 r^* + 20 w^* + \Pi_y^*$$

$$(x_B^*, y_B^*, h_B) = \underset{x_B, y_B, h_B}{\text{ARG MAX}} \; U_B(x_B, y_B, h_B) \text{ S.E } P_x x_B + P_y y_B + w h_B \le 50r^* + 20w^* + \Pi_y^*$$

③ $\underline{\text{MERCADOS SE VACIAN}}$

$$X_A + X_B = f_X(L_X, K_X)$$

$$Y_A + Y_B = f_Y(L_Y, K_Y)$$

$$h_A + h_B + L_X + L_Y = 40$$

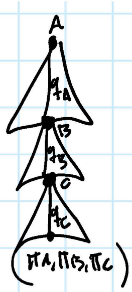
$$K_X + K_Y = 150$$

---

②

2. (30 puntos) **Juegos Dinámicos.** En un mercado existen 3 empresas $\{A, B, C\}$ quienes producen un bien homogéneo. La demanda inversa del mercado es $p(Q) = 100 - Q$, donde Q es la cantidad total del producto en el mercado. Las empresas no tienen costos de producción $CT_i(q_i) = 0$. Cada empresa escoge su producción y el mercado determina el precio del producto.

   (a) (10 puntos) Suponga que la empresa A es la empresa líder de mercado y escoge su producción (q_A) antes que la empresa B y C. La empresa B, después de observar la producción de la empresa A, decide su producción (q_B) antes que la empresa C. La empresa C, después de observar la producción de A y B (q_A y q_B respectivamente), decide su producción (q_C). Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos (estrategias), las cantidades que cada empresa produce en el sendero de equilibrio, y la cantidad total que se produce en este mercado.



INDUCCIÓN HACIA ATRAS

$\underline{C}$: $\Pi_C = (100 - q_A - q_B - q_C)\,q_C$

CPO $100 - q_A - q_B - 2q_C = 0$

$$\boxed{\frac{100 - q_A - q_B}{2} = q_C}$$

$\underline{B}$

$$\Pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C)\,q_B$$

$$\left(100 - q_A - q_B - \left[\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right]\right) q_B$$

CPO: $100 - q_A - 2q_B - \frac{100}{2} + \frac{q_A}{2} + q_B = 0$

$$\frac{100}{2} - \frac{q_A}{2} = q_B$$

$$\boxed{\frac{100 - q_A}{2} = q_B}$$

$\underline{A}$ $\Pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C)\,q_A$

$$\Pi_A = \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right) - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_A$$

$\underline{A}$ $\pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_A$

$$\pi_A = \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right) - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_A$$

$$\pi_A = \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right) - \left(\frac{100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right)}{2}\right)\right) q_A$$

CPO

$$100 - 2q_A - \frac{100}{2} + q_A - \frac{100}{2} + q_A + \frac{100}{4} - \frac{q_A}{2} = 0$$

$$\frac{100}{4} - \frac{q_A}{2} = 0$$

$$\boxed{\frac{100}{2} = q_A}$$

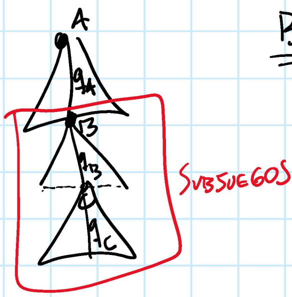
$$\boxed{50 = q_A}$$

$$\text{EPS: } \left\{ 50,\ \frac{100 - q_A}{2},\ \frac{100 - q_A - q_B}{2} \right\}$$

EN EL SENDERO DE EQ: $q_A = 50,\ q_B = 25,\ q_C = \frac{25}{2}$

$Q_T = 87.5$

(b) (10 puntos) Suponga que la empresa A es la empresa líder de mercado y escoge su producción (q_A) antes que la empresa B y C. Cada una de las empresas B y C, después de observar la producción de la empresa A, decide su producción (q_B y q_C respectivamente) de manera simultánea. Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos (estrategias), las cantidades que cada empresa produce en el sendero de equilibrio, y la cantidad total que se produce en este mercado.



B y C

$$\pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_B$$

$$\pi_C = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_C$$

CPO:

$$100 - q_A - 2q_B - q_C = 0$$

$$(-2)\ \ 100 - q_A - q_B - 2q_C = 0 \rightarrow -200 + 2q_A + 4q_B + 2q_C = 0$$

$$-100 + q_A + 3q_B = 0$$

$$\boxed{q_B = \frac{100 - q_A}{3} = q_C}$$

$\underline{A}$

$$\pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_A$$

$$\pi_A = \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{3}\right) - \left(\frac{100 - q_A}{3}\right)\right) q_A$$

CPO

$$100 - 2q_A - 100 + 2q_A - 100 + 2q_A = 0$$

CPO

$$100 - 2q_A - \frac{100}{3} + \frac{2q_A}{3} - \frac{100}{3} + \frac{2q_A}{3} = 0$$

$$\frac{100}{3} - \frac{2}{3} q_A = 0$$

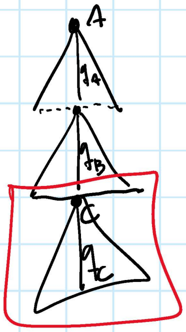
$$\boxed{50 = q_A}$$

EPS: $\left\{ 50, \frac{100-q_A}{3}, \frac{100-q_A}{3} \right\}$

En el sendero de EQ: $q_A = 50$, $q_B = \frac{50}{3}$, $q_C = \frac{50}{3}$

$$QT = \frac{250}{3} = 83.33$$

(c) (10 puntos) Suponga que las empresas A y B son las empresas líderes de mercado y cada una escoge su producción (q_A y q_B respectivamente) de manera simultánea antes que la empresa C. La empresa C después de observar la producción de las empresas A y B (q_A y q_B respectivamente) decide su producción (q_C). Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos (estrategias), las cantidades que cada empresa produce en el sendero de equilibrio, y la cantidad total que se produce en este mercado.



C: $\pi_C = (100 - q_A - q_B - q_C) q_C$

CPO $100 - q_A - q_B - 2q_C = 0$

$$\boxed{\frac{100 - q_A - q_B}{2} = q_C}$$

A y B

$$\pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C) q_A$$

$$\pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C) q_B$$

$$\pi_A = \left(100 - q_A - q_B - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_A$$

$$\pi_B = \left(100 - q_A - q_B - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_B$$

CPO

$$100 - 2q_A - q_B - \frac{100}{2} + q_A + \frac{q_B}{2} = 0$$

$$100 - q_A - 2q_B - \frac{100}{2} + \frac{q_A}{2} + q_B = 0$$

$$\frac{100}{2} - q_A - \frac{q_B}{2} = 0$$

$$(-2)\left(\frac{100}{2} - \frac{q_A}{2} - q_B = 0 \right.$$

$$(-2)\left(\frac{100}{2}-\frac{q_A}{2}-q_B=0\right.$$

$$\Rightarrow -100+2q_A+q_B=0$$

$$\frac{-100}{2}+\frac{3}{2}q_A=0$$

$$\boxed{q_A=\frac{100}{3}=q_B}$$

$$EPS=\left\{\frac{100}{3},\frac{100}{3},\frac{100-q_A-q_B}{2}\right\}$$

EN El SENDERO DE EQ: $\left\{\frac{100}{3},\frac{100}{3},\frac{100}{6}\right\}$

$$Q_T=\frac{500}{6}=83.33$$