Repaso Final e

Tuesday, December 3, 2019 4:01 PM

(OPTIMO PARETO, PARCIAL 2, GS 1)

$$U_A = 3x^{1/3}y^{1/6} - x$$

$$U_B = 3x^{1/6}y^{1/3} - y$$

$$\max_{x,y} \; 3x^{1/3}y^{1/6} - x + \lambda\left(3x^{1/6}y^{1/3} - y - \bar{U}\right)$$

<u>CPO</u>

$$x^{-2/3}y^{1/6} - 1 + \lambda\left(\frac{1}{2}x^{-5/6}y^{1/3}\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}x^{1/3}y^{-5/6} + \lambda\left(x^{1/6}y^{-2/3} - 1\right) = 0$$

$$\frac{x^{-2/3}y^{1/6} - 1}{\frac{1}{2}x^{1/3}y^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-5/6}y^{1/3}}{x^{1/6}y^{-2/3} - 1}$$

$x = y$

$$\frac{x^{-1/2} - 1}{\frac{1}{2}x^{-1/2}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}}{x^{-1/2} - 1}$$

$$\left(x^{-1/2} - 1\right)^2 = \frac{1}{4}x^{-1}$$

$$x^{-1/2} - 1 = \pm\frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$+$

$$\frac{1}{2}x^{-1/2} = 1$$

$$x^{-1/2} = 2$$

$$x^{1/2} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

(ES UN MINIMO)

$-$

$$\frac{3}{2}x^{-1/2} = 1$$

$$x^{-1/2} = \frac{2}{3}$$

$$x^{1/2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{9}{4} = y$$

(MAXIMO)

EN $= (0,0)$

$(1,1)$

- BIEN PUBLICO: NO RIVAL, NO EXCLUSIVO

$U_A(X_A, Y) = X_A Y$

X_A: CONSUMO PRIVADO

Y: PUBLICO

$$Y = Y_A + Y_B$$

$U_B(X_B, Y) = X_B Y$

$U_A(X_A, Y) = X_A Y \quad s.a \quad I_A \geq P_X X_A + P_Y Y_A$

$U_B(X_B, Y) = X_B Y \quad s.a \quad I_B \geq P_X X_B + P_Y Y_B$

EN

$$\mathcal{L} = X_A Y + \lambda(I_A - P_X X_A - P_Y Y_A)$$

$(Y = Y_A + Y_B)$

CPO

$X_A: \; Y - \lambda P_X = 0$

$Y_A: \; X_A - \lambda P_Y = 0$

$$\frac{Y}{X_A} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$Y = \frac{X_A P_X}{P_Y}$$

$$Y_A + Y_B = \frac{X_A P_X}{P_Y}$$

$$\boxed{Y_A = \frac{X_A P_X}{P_Y} - Y_B}$$

$$\Rightarrow I_A = P_X X_A + P_Y\left(\frac{X_A P_X}{P_Y} - Y_B\right)$$

$$I_A = P_X X_A + X_A P_X - P_Y Y_B$$

$$I_A = 2P_X X_A - P_Y Y_B$$

$$\boxed{\frac{I_A + Y_B P_Y}{2P_X} = X_A}$$

$$Y_A = \frac{(I_A + Y_B P_Y)\cancel{P_X}}{2P_Y \cancel{P_X}} - Y_B$$

$$Y_A = \frac{I_A}{2P_Y} + \frac{Y_B}{2} - Y_B$$

$$\boxed{Y_A = \frac{I_A}{2P_Y} - \frac{Y_B}{2}}$$

Por Simetría:

$$\boxed{X_B = \frac{I_B + Y_A P_Y}{2P_X} \qquad Y_B = \frac{I_B}{2P_Y} - \frac{Y_A}{2}}$$

$$Y_A = \frac{I_A}{2P_Y} - \frac{\left(\frac{I_B}{2P_Y} - \frac{Y_A}{2}\right)}{2}$$

$$Y_A = \frac{I_A}{2P_Y} - \frac{I_B}{4P_Y} + \frac{Y_A}{4}$$

$$\frac{3}{4} Y_A = \frac{2I_A - I_B}{4P_Y}$$

$$\boxed{Y_A = \frac{2I_A - I_B}{3P_Y}}$$

$$\boxed{Y_B = \frac{2I_B - I_A}{3P_Y}}$$

$$\boxed{Y = \frac{I_A + I_B}{3P_Y}}$$

Óptimo Pareto

$$\max_{X_A, X_B, Y} \; X_A Y \quad \text{s.t.} \quad X_B Y \geq \bar{U} \rightarrow \lambda_1$$

$$\boxed{\cancel{Y_A + Y_B = Y}} \text{ Sobra}$$

$$I_A + I_B \geq P_X X_A + P_X X_B + \underline{P_Y Y} \rightarrow \lambda_2$$

CPO:

$$X_A: \; Y - \lambda_2 P_X = 0$$

$$X_B: \; \lambda_1 Y - \lambda_2 P_X = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Y}{\lambda_1 Y} = 1 \rightarrow 1 = \lambda_1$$

$$Y: \; X_A + \lambda_1 X_B - P_X \lambda_2 = 0$$

$$X_B: \lambda_1 Y - \lambda_2 P_x = 0$$

$$Y: X_A + \lambda_1 X_B - P_Y \lambda_2 = 0$$

$$\boxed{\frac{Y}{P_x} = \lambda_2}$$

$$\rightarrow X_A + X_B = P_Y \lambda_2 = \frac{P_Y Y}{P_x}$$

$$\boxed{\frac{(X_A + X_B) P_x}{P_Y} = Y} \rightarrow (X_A + X_B) P_x = P_Y Y$$

$$I_A + I_B = P_x X_A + P_x X_B + P_Y Y$$

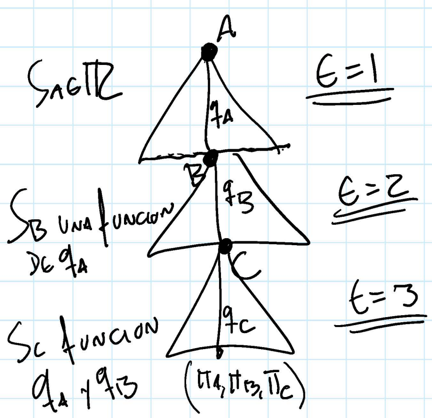
$$I_A + I_B = 2 P_Y Y$$

$$\boxed{\frac{I_A + I_B}{2 P_Y} = Y}$$

---

2. (30 puntos) **Juegos Dinámicos.** En un mercado existen 3 empresas $\{A, B, C\}$ quienes producen un bien homogéneo. La demanda inversa del mercado es $p(Q) = 100 - Q$, donde Q es la cantidad total del producto en el mercado. Las empresas no tienen costos de producción $CT_i(q_i) = 0$. Cada empresa escoge su producción y el mercado determina el precio del producto.

   (a) (10 puntos) Suponga que la empresa A es la empresa líder de mercado y escoge su producción (q_A) antes que la empresa B y C. La empresa B, después de observar la producción de la empresa A, decide su producción (q_B) antes que la empresa C. La empresa C, después de observar la producción de A y B (q_A y q_B respectivamente), decide su producción (q_C). Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos (estrategias), las cantidades que cada empresa produce en el sendero de equilibrio, y la cantidad total que se produce en este mercado.



$\underline{C}$ (en $t=3$)

$$\Pi_C = (100 - q_A - q_B - q_C) q_C$$

CPO $\quad 100 - q_A - q_B - 2q_C = 0$

$$\boxed{\frac{100 - q_A - q_B}{2} = q_C}$$

$\underline{B}$ ($t=2$)

$$\Pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C) q_B$$

$$= \left(100 - q_A - q_B - \frac{100 - q_A - q_B}{2}\right) q_B$$

$$\pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_B$$
$$= \left(100 - q_A - q_B - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_B$$

CPO

$$100 - q_A - 2q_B - \frac{100}{2} + \frac{q_A}{2} + q_B = 0$$
$$\frac{100}{2} - \frac{q_A}{2} = q_B$$
$$\boxed{\frac{100 - q_A}{2} = q_B}$$

A (E=1)

$$\Pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_A$$
$$\Pi_A = \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right) - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_A$$
$$\Pi_A = \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right) - \left(\frac{100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{2}\right)}{2}\right)\right) q_A$$

CPO

$$100 - 2q_A - \frac{100}{2} + q_A - \frac{100}{2} + q_A + \frac{100}{4} - \frac{q_A}{2} = 0$$
$$\frac{100}{4} = \frac{q_A}{2}$$
$$\boxed{\frac{100}{2} = 50 = q_A}$$

EPS: $\left\{ q_A = 50,\ \frac{100 - q_A}{2} = q_B,\ q_C = \frac{100 - q_A - q_B}{2} \right\}$.

LAS CANTIDADES EN EQ $\Rightarrow q_A = 50,\ q_B = 25,\ q_C = 12.5$

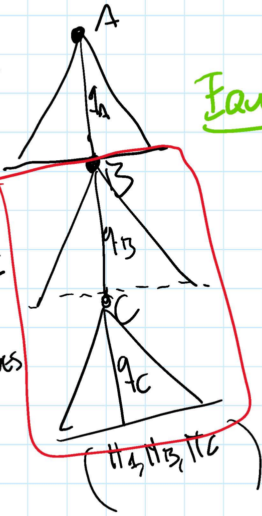
$$Q = 87.5$$

total que se produce en este mercado.

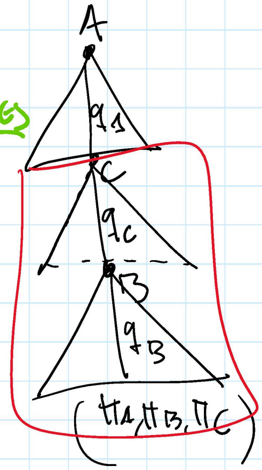
(b) (10 puntos) Suponga que la empresa A es la empresa líder de mercado y escoge su producción (q_A) antes que la empresa B y C. Cada una de las empresas B y C, después de observar la producción de la empresa A, decide su producción (q_B y q_C respectivamente) de manera simultánea. Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos (estrategias), las cantidades que cada empresa produce en el sendero de equilibrio, y la cantidad total que se produce en este mercado.

SAELTZ

SB y SC son funciones q_A



Equivalentes



$\pi_B : (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_B$

$\pi_C : (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_C$

DCPO

$100 - q_A - 2q_B - q_C = 0 \rightarrow MR_B$

$(-2)\quad 100 - q_A - q_B - 2q_C = 0 \rightarrow MR_C$

$-200 + 2q_A + 4q_B + 2q_C = 0$

$-100 + q_A + 3q_B = 0$

$$\boxed{q_B = \frac{100 - q_A}{3}}$$

EN SUBJUEGO

$$\boxed{q_C = \frac{100 - q_A}{3}}$$

Juego Completo

$\pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_A$

$= \left(100 - q_A - \left(\frac{100 - q_A}{3}\right) - \left(\frac{100 - q_A}{3}\right)\right) q_A$

$-2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

$\frac{-6+2+2}{3} = \frac{-2}{3}$

CPO

$100 - 2q_A - \frac{100}{3} + \frac{2q_A}{3} - \frac{100}{3} + \frac{2q_A}{3} = 0$

$\frac{100}{\cancel{3}} - \frac{2}{\cancel{3}} q_A = 0$

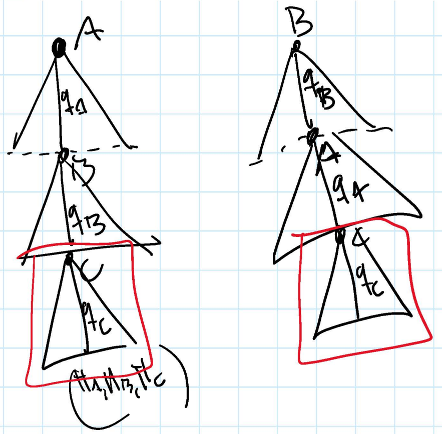
$$\boxed{\frac{100}{2} = q_A = 50}$$

$$\underline{EPS}: \left\{ q_A = 50,\ q_B = \frac{100 - q_A}{3},\ q_C = \frac{100 - q_A}{3} \right\}.$$

en el Equilibrio se Produce: $q_A = 50,\ q_B = \frac{50}{3},\ q_C = \frac{50}{3}$

$$\boxed{Q_T = \frac{250}{3} = 83.\bar{3}}$$

(c) (10 puntos) Suponga que las empresas A y B son las empresas líderes de mercado y cada una escoge su producción (q_A y q_B respectivamente) de manera simultánea antes que la empresa C. La empresa C después de observar la producción de las empresas A y B (q_A y q_B respectivamente) decide su producción (q_C). Encuentre el equilibrio perfecto en subjuegos (estrategias), las cantidades que cada empresa produce en el sendero de equilibrio, y la cantidad total que se produce en este mercado.



$S_A = q_A \in \mathbb{R}$

$S_B \in \mathbb{R}$.

S_C función q_A, q_B

$\underline{\underline{C}}$

$\underline{\underline{C}}$ (en $t=3$)

$$\pi_C = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_C$$

$\underline{CPO}$ $\quad 100 - q_A - q_B - 2q_C = 0$

$$\boxed{\frac{100 - q_A - q_B}{2} = q_C}$$

Juego Completo

$$\pi_A = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_A = \left(100 - q_A - q_B - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_A$$

$$\pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_B = \left(100 - q_A - q_B - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_B$$

$$\pi_B = (100 - q_A - q_B - q_C)\, q_B = \left(100 - q_A - q_B - \left(\frac{100 - q_A - q_B}{2}\right)\right) q_B$$

CPO

$$100 - 2q_A - q_B - \frac{100}{2} + q_A + \frac{q_B}{2} = 0$$

$$100 - q_A - 2q_B - \frac{100}{2} + \frac{q_A}{2} + q_B = 0$$

$$\frac{100}{2} - q_A - \frac{q_B}{2} = 0$$

$$(-2)\quad \frac{100}{2} - \frac{q_A}{2} - q_B = 0$$

$$\Rightarrow -100 + 2q_A + q_B = 0$$

$$-\frac{100}{2} + \frac{3}{2} q_A = 0$$

$$\boxed{\frac{100}{3} = q_A = q_B}$$

EPS: $q_A = \frac{100}{3},\ q_B = \frac{100}{3},\ \frac{100 - q_A - q_B}{2}$

EN EQ: $q_A = \frac{100}{3},\ q_B = \frac{100}{3},\ q_C = \frac{100}{6}$

$$\boxed{Q_T = \frac{250}{3}}$$