Repaso final f

Tuesday, December 3, 2019 5:33 PM

Bien Publico

- No Excluyente
- No Rival

$U_A = X_A Y$

- $Y \rightarrow$ Bien Publico
- $X_A \rightarrow$ Consumo Privado

$$Y = Y_A + Y_B$$

$U_B = X_B Y$

$\max U_A = X_A Y \quad s.a \quad I_A \geq P_x X_A + P_y \underline{Y_A}$

$\max U_B = X_B Y \quad s.a \quad I_B \geq P_x X_B + P_y \underline{Y_B}$

¿EN?

$$\mathcal{L}_{X_A, Y_A} : X_A Y + \lambda (I_A - P_x X_A - P_y Y_A)$$

CPO

$X_A: Y - \lambda P_x = 0$

$Y_A: X_A - \lambda P_y = 0$

$$\frac{Y}{X_A} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\boxed{X_A = \frac{Y P_y}{P_x}}$$

$I_A = P_x X_A + P_y Y_A$

$I_A = \cancel{P_x}\left(\frac{Y P_y}{\cancel{P_x}}\right) + P_y Y_A$

$I_A = \underline{Y} P_y + P_y \underline{Y_A}$

$I_A = (Y_A + Y_B) P_y + P_y Y_A$

$$I_A = 2P_Y Y_A + Y_B P_Y$$

$$\boxed{Y_A = \frac{I_A}{2P_Y} - \frac{Y_B}{2}}$$

$$\boxed{Y_B = \frac{I_B}{2P_Y} - \frac{Y_A}{2}}$$

EN:
$$Y_B = \frac{I_B}{2P_Y} - \frac{\left(\frac{I_A}{2P_Y} - \frac{Y_B}{2}\right)}{2}$$

$$Y_B = \frac{I_B}{2P_Y} - \frac{I_A}{4P_Y} + \frac{Y_B}{4}$$

$$\frac{3}{4} Y_B = \frac{2I_B - I_A}{4P_Y}$$

$$\boxed{Y_B = \frac{2I_B - I_A}{3P_Y}} \qquad \boxed{Y_A = \frac{2I_A - I_B}{3P_Y}}$$

$$\boxed{Y = \frac{I_B + I_A}{3P_Y}}$$

¿ÓPTIMO PARETO?

$$\max_{X_A, X_B, Y} \; X_A Y \quad s.t \quad X_B Y \geq \bar{U} \longrightarrow \lambda_1$$

$$\boxed{I_A + I_B \geq P_x X_A + P_x X_B + P_y Y} \longrightarrow \lambda_2$$

CPO

$X_A: \; Y - \lambda_2 P_X = 0$

$X_B: \; \lambda_1 Y - \lambda_2 P_X = 0$

$\Rightarrow \lambda_1 = 1 \rightarrow \dfrac{Y}{P_X} = \lambda_2$

$Y: \; X_A + \lambda_1 X_B - \lambda_2 P_Y = 0$

$\rightarrow X_A + X_B - \lambda_2 P_Y = 0$

$$X_A + X_B = \frac{Y P_Y}{P_X}$$

$$P_X(X_A + X_B) = Y P_Y$$

$$P_X X_A + P_X X_B + Y P_Y = I_A + I_B$$

$$2 Y P_Y = I_A + I_B$$

$$\boxed{Y = \frac{I_A + I_B}{2 P_Y}}$$

PRINCIPIO D SOLA DESV.

2. (30 puntos) Considere una industria donde hay dos empresas A y B. El gobierno ha regulado esta industria imponiendo que el precio de venta del producto sea de 400 pesos (tanto A como B tienen que vender su producto a 400 pesos por unidad). Cada empresa puede escoger la calidad del producto que vende (c_i). La calidad que escogen las empresas afecta los costos de producción y la cantidad que venden, denotando $c_A \geq 0$ la calidad de la empresa A y $c_B \geq 0$ la calidad de la empresa B la demanda de cada empresa está dada por $q_i = 100 + c_i - c_{-i}$. El costo de producción de cada empresa depende de la cantidad que vende q_i, y de la calidad que escoge c_i, de acuerdo a la función de costos totales $CT_i(q_i, c_i) = c_i q_i$. Cada empresa busca maximizar sus beneficios (ingresos-costos).

(a) (10 puntos) Suponga que las empresas deciden su calidad simultáneamente (es decir ninguna observa la calidad del competidor antes de decidir la suya). Encuentre el equilibrio de Nash de este juego y los beneficios que obtienen las empresas en equilibrio.

$\Pi(150,0) = (250)(400) - 150(250)$
$= 250^2$

$\Pi(0,0) = 100(400) - 0$
$= 40{,}000$

$$\text{MAX } \Pi_i = (100 + C_i - C_{-i})400 - C_i(100 + C_i - C_{-i})$$

$$\max_{c_i} \Pi_i = \underbrace{(100+c_i-c_{-i})}_{q_i}\underbrace{400}_{P} - c_i\underbrace{(100+c_i-c_{-i})}_{q_i}$$

$$\underline{\text{CPO}}: \quad 400-100-2c_i-c_{-i}=0 \longrightarrow c_i = \frac{300-c_{-i}}{2}$$

EN UN EQ SIMETRICO $c_i = c_{-i}$

$$300-3c^* = 0$$

$$\boxed{c^* = 100 = c_i = c_{-i}}$$

$$\Pi_i = (100)(400)-(100)(100) = 100(300) = 30{,}000$$

(b) (10 puntos) Suponga que el juego se repite infinitas veces y el factor de descuento, β, es el mismo para las dos empresas. Considere la siguiente estrategia de gatillo con reversión a Nash. En el primer periodo cada empresa escoge una calidad de cero ($c_A = 0, c_B = 0$), en los siguientes periodos cada empresa escoge una calidad de cero si en todos los periodos anteriores ambas empresas escogieron una calidad de cero, y escogen la calidad del equilibrio de Nash estático (inciso anterior) en caso de que en algún periodo anterior alguna empresa haya escogido una calidad positiva. ¿Para que factores de descuento, β, es este perfil de estrategias de gatillo un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

$$S_i = \begin{cases} \underline{t=1} \longrightarrow (0,0) \\ t>1 \longrightarrow \begin{cases} (0,0) & \boxed{H_t = (0,0,\ldots,0)} \\ (100,100) & \boxed{H_t \neq (0,0,\ldots,0)} \end{cases} \end{cases}$$

$\boxed{H_t \neq (0,0,\ldots,0)}$ SUBJUEGO TIPO I

DESV

$$\pi(x,100) + \cancel{\pi(100,100)\beta} + \ldots$$

NO DESV ✓

$$\pi(100,100) + \cancel{\pi(100,100)\beta} + \ldots$$

$$\pi(x,100) \leq \pi(100,100)$$

$$\pi(x,100) \leq \pi(100,100)$$

$\hookrightarrow$ $\boxed{\text{Por la } MR_i(C_{-i}=100)=100}$

$H_E = (0,\ldots,0)$ | Subjuego TIPO II

Desv

$$\pi(x,0) + \pi(100,100)\beta + \pi(100,100)\beta^2 + \ldots$$

$$\pi(x,0) + \beta\left(\pi(100,100) + \pi(100,100)\beta + \ldots\right)$$

$$\pi(x,0) + \frac{\beta\, \pi(100,100)}{1-\beta}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ MR}}{\pi(150,0)} + \frac{\beta\, \pi(100,100)}{1-\beta}$$

No Desv

$$\pi(0,0) + \pi(0,0)\beta + \pi(0,0)\beta^2 + \ldots$$

$$\pi(0,0)\frac{1}{1-\beta}$$

$$250^2 + \frac{\beta}{1-\beta}(30{,}000) \leq \frac{40{,}000}{1-\beta}$$

$$250^2(1-\beta) + 30{,}000\beta \leq 40{,}000$$

$$250^2 - 250^2\beta + 30{,}000\beta \leq 40{,}000$$

$$22{,}500 \leq 32{,}500\beta$$

$$\frac{22{,}5\cancel{00}}{32{,}5\cancel{00}} \leq \beta$$

$$\boxed{\frac{225}{325} \leq \beta}$$

(c) (10 puntos) Suponga que el juego se repite dos periodos, encuentre un equilibrio perfecto en subjuegos.

EPS $\rightarrow$ JUGAR EL EN DEL JUEGO BASE SIEMPRE.