Repaso final h

Thursday, December 5, 2019 5:29 PM

1. (30 puntos) Ana y Beto son compañeros de clase y se pusieron de acuerdo para estudiar juntos de la siguiente forma: Ana estudiaría el tema X y Beto estudiaría el tema Y y luego Ana le explicaría a Beto el tema X y Beto le explicaría a Ana el tema Y. Si denotamos con x el tiempo que dedica Ana a estudiar el tema X y con y el tiempo que dedica Beto a estudiar el tema Y la función de utilidad de Ana es $u_A(x,y) = 3x^{1/3}y^{1/6} - x$, y la función de utilidad de Beto es $u_B(x,y) = 3x^{1/6}y^{1/3} - y$.

REPETIDO

$$EN = \{(0,0) \text{ ó } (1,1)\}.$$

O.P. $\max U_A(x,y) = 3x^{1/3}y^{1/6} - x$ s.a $U_B = 3x^{1/6}y^{1/3} - y \geq \bar{U}$

CPO: x: $x^{-2/3}y^{1/6} - 1 + \lambda\left(\frac{3}{6}x^{-5/6}y^{1/3}\right) = 0$

y: $\frac{3}{6}x^{1/3}y^{-5/6} + \lambda\left(x^{1/6}y^{-2/3} - 1\right) = 0$

$$\frac{x^{-2/3}y^{1/6} - 1}{\frac{1}{2}x^{1/3}y^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-5/6}y^{1/3}}{x^{1/6}y^{-2/3} - 1}$$

$$x = y$$

$$\frac{x^{-1/2} - 1}{\frac{1}{2}x^{-1/2}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}}{x^{-1/2} - 1}$$

$$\left(x^{-1/2} - 1\right)^2 = \frac{1}{4}x^{-1}$$

$$x^{-1/2} - 1 = \pm\frac{1}{2}x^{-1/2}$$

(+) $\frac{1}{2}x^{-1/2} = 1$

(−) $\frac{3}{2}x^{-1/2} = 1$

$$\frac{1}{2}x^{-1/2}=1 \qquad\qquad \frac{3}{2}x^{-1/2}=1$$

$$x^{-1/2}=2 \qquad\qquad x^{-1/2}=\frac{2}{3}$$

$$x^{1/2}=\frac{1}{2} \qquad\qquad x^{1/2}=\frac{3}{2}$$

$$x=\frac{1}{4}=y \qquad\qquad x=\frac{9}{4}=y$$

$$U\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)=3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}\left(\frac{1}{4}\right)^{1/6}-\frac{1}{4}$$

$$=3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/2}-\frac{1}{4}$$

$$=\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

$$\underline{U\left(\frac{9}{4},\frac{9}{4}\right)}=3\left(\frac{9}{4}\right)^{1/2}-\frac{9}{4}$$

$$=3\cdot\frac{3}{2}-\frac{9}{4}$$

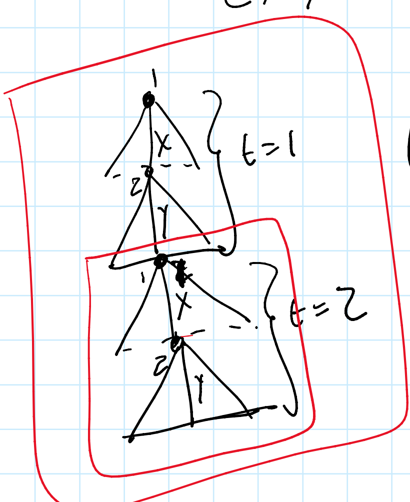
$$=\frac{9}{2}-\frac{9}{4}$$

$$=\boxed{\frac{9}{4}}$$

$$O.P=\left(\frac{9}{4},\frac{9}{4}\right)$$

$\boxed{T=2}$ ¿SE PUEDE JUGAR O.P. EN $t=1$?

$$S=\begin{cases} (9/4,9/4) \text{ EN } t=1 \\ (0,0) \text{ EN } t=2 \text{ SI EN } t=1 \text{ } \underline{\text{NO}} \text{ SE JUGÓ } (9/4,9/4) \\ (1,1) \text{ EN } t=2 \text{ SI EN } t=1 \text{ } \underline{\text{SI}} \text{ SE JUGÓ } (9/4,9/4) \end{cases}$$



$\boxed{t=2 \ \checkmark}$

$\underline{t=1}$

$\underline{\text{DESV}}$ $\to 0$

$\underline{\text{No DESV}}$

$\pi(9/4, 9/4) + \ldots \pi(1,1)$

DCSV

$\pi(x, 9/4) + \cancel{\delta \pi(0,0)} \to 0$

$\pi(x, 9/4) = 3x^{1/3}\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6} - x$

CPO $\quad x^{-2/3}\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6} - 1 = 0$

$$x^{-2/3}\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6} = 1$$

$$x^{-2/3} = \left(\frac{4}{9}\right)^{1/6}$$

$$x^{2/3} = \left(\frac{9}{4}\right)^{1/6}$$

$$x = \left(\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6}\right)^{3/2}$$

$$x = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{12}}$$

$$x = \left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}$$

$$\pi(x, 9/4) = 3\left(\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}\right)^{1/3}\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6} - \left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}$$

$$= 3\left(\frac{9}{4}\right)^{1/12}\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6} - \left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}$$

$$= 3\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4} - \left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}$$

$$\boxed{= 2\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}}$$

$$2\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4} \le \frac{9}{4} + 2\delta$$

$$\boxed{\frac{2\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4} - \left(\frac{9}{4}\right)}{2} \le \delta} \longrightarrow \boxed{0.099 \le \delta}$$

No DCSV

$\pi(9/4, 9/4) + \delta \pi(1,1)$

$\frac{9}{4} + \delta 2$

$\boxed{T=\infty}$

$$S_t = \begin{cases} t=1 \longrightarrow (9/4, 9/4) \\ t>1 \begin{cases} (9/4, 9/4) & \text{si } H_t = (9/4, \ldots, 9/4) \\ \underline{\underline{(0,0)}} & \text{si } H_t \neq (9/4, \ldots, 9/4) \end{cases} \end{cases}$$

SUBJUEGOS DONDE $H_t \neq (9/4, \ldots, 9/4)$

$$\underbrace{\pi(x,0) + \pi(0,0)\delta + \cdots}_{\text{DESV}} \leq \underbrace{\pi(0,0) + \pi(0,0)\delta + \cdots}_{\text{NO DESV}}$$

$$\pi(x,0) \leq \pi(0,0) \checkmark$$

POR Q $MR_1(y=0) = 0$

SUBJUEGOS DONDE $H_t = (9/4, \ldots, 9/4)$.

DES V

$$\pi(x, 9/4) + \cancel{\delta\pi(0,0) + \delta^2\pi(0,0)} \to 0$$

$$x = 2(9/4)^{1/4}$$

$$\pi\left(\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}, \frac{9}{4}\right) = 2\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}$$

NO DESV

$$\pi(9/4, 9/4) + \pi(9/4, 9/4)\delta + \cdots$$

$$= \frac{\pi(9/4, 9/4)}{1-\delta}$$

$$2\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4} \leq \frac{\frac{9}{4}}{1-\delta}$$

$$1-\delta \leq \frac{9}{8\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}}$$

$$1-\frac{9}{8\left(\frac{9}{4}\right)^{1/4}} \leq \delta$$

$$1-\frac{9\sqrt{2}}{8\sqrt{3}} \leq \delta$$

$$\boxed{0.081 \leq \delta}$$

3 preguntas. Equilibrio general. Considere una economía con producción y dos consumidores A, B, cada uno con función de utilidad estrictamente monótona y estrictamente cuasicóncava sobre productos X e Y que denotamos $u_A(x_A, y_A)$ y $u_B(x_B, y_B)$ respectivamente; el consumidor A no tiene dotación de X e Y, cuenta con 1 unidad de tiempo que puede dedicar a trabajar y con 20 unidades de capital, el consumidor B no tiene dotación de X e Y, cuenta con 1 unidad de tiempo que puede dedicar a trabajar y con 10 unidades de capital. Para producir el bien X se utiliza trabajo y capital de acuerdo a la función $f_X(l_X, k_X)$; para producir bien Y se utiliza únicamente trabajo y se produce de acuerdo a la función $f_Y(l_Y)$. Denotamos con $UMgZ^i(x_i, y_i)$ la utilidad Marginal de la persona $i \in \{A, B\}$ por el bien $Z \in \{X, Y\}$, con $PMgJ^X(l_X, k_X)$ el producto marginal del insumo $J \in \{L, K\}$ en la producción de X, y con con $PMgL^Y(l_Y)$ el producto marginal del trabajo en la producción de Y.

1. En una asignación eficiente tal que el consumo de cada producto y cada insumo es estrictamente positivo se debe cumplir que:

   (a) $\frac{1}{PMgL^Y(l_Y)} = \frac{PMgK^X(l_X,k_X)}{PMgL^X(l_X,k_X)}$

   (b) $\frac{UMgX^A(x_A,y_A)}{UMgY^A(x_A,y_A} = \frac{PMgL^Y(l_Y)}{PMgL^X(l_X,k_X)}$

   (c) $\frac{UMgX^A(x_A,y_A)}{UMgY^A(x_A,y_A} = \frac{PMgL^X(l_X,k_X)}{PMgL^Y(l_Y)}$

   (d) $\frac{UMgX^A(x_A,y_A)}{UMgY^A(x_A,y_A} = \frac{PMgL^X(l_X)}{PMgK^X(l_X,k_X)}$

$$\frac{1}{\frac{\partial f_Y}{\partial L}} \Rightarrow \frac{L}{Y} \cancel{\overset{?}{=}} \frac{\partial f_X/\partial K}{\partial f_X/\partial L} = \frac{\frac{X}{K}}{\frac{X}{L}} = \frac{L}{K}$$

$$\frac{\partial U_A/\partial X}{\partial U_A/\partial Y} = \frac{Y}{X} \overset{?}{=} \frac{\partial f_Y/\partial L}{\partial f_X/\partial L} = \frac{\frac{Y}{L}}{\frac{X}{L}} = \frac{Y}{X}$$

$$\frac{Y}{X} \cancel{\overset{?}{=}} \frac{\partial f_X/\partial L}{\partial f_Y/\partial L} = \frac{\frac{X}{L}}{\frac{Y}{L}} = \frac{X}{Y}$$

$$\frac{\partial U_A/\partial X}{\partial U_A/\partial Y} = \frac{Y}{X} \overset{?}{=} \frac{\partial f_X/\partial L}{\partial f_X/\partial K} = \frac{\frac{X}{L}}{\frac{X}{K}} = \frac{K}{L}$$

$$\max_{x_A, x_B, y_A, y_B, L_x, K_x, L_y} U_A \quad \text{s.t.} \quad U_B \geq \bar{U} \quad \lambda_1$$

$$x_A + x_B \leq f_x(L_x, K_x) \quad \lambda_2$$

$$y_A + y_B \leq f_y(L_y) \quad \lambda_3$$

$$L_x + L_y \le 2 \qquad \lambda_4$$

$$K_x \le 30 \qquad \lambda_5$$

CPO

$$x_A: \frac{\partial U_A}{\partial x_A} + \lambda_2 = 0$$

$$y_A: \frac{\partial U_A}{\partial y_A} + \lambda_3 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U_A / \partial x}{\partial U_A / \partial y} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}$$

$$x_B: \lambda_1 \frac{\partial U_B}{\partial x_B} + \lambda_2 = 0$$

$$y_B: \lambda_1 \frac{\partial U_B}{\partial y_B} + \lambda_3 = 0$$

$$L_x: -\lambda_2 \frac{\partial f_x}{\partial L_x} + \lambda_4 = 0$$

$$K_x: -\lambda_2 \frac{\partial f_x}{\partial K_x} + \lambda_5 = 0$$

$$L_y: -\lambda_3 \frac{\partial f_y}{\partial L_y} + \lambda_4 = 0$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_3} \frac{\partial f_x / \partial L_x}{\partial f_y / \partial L_y} = 1$$

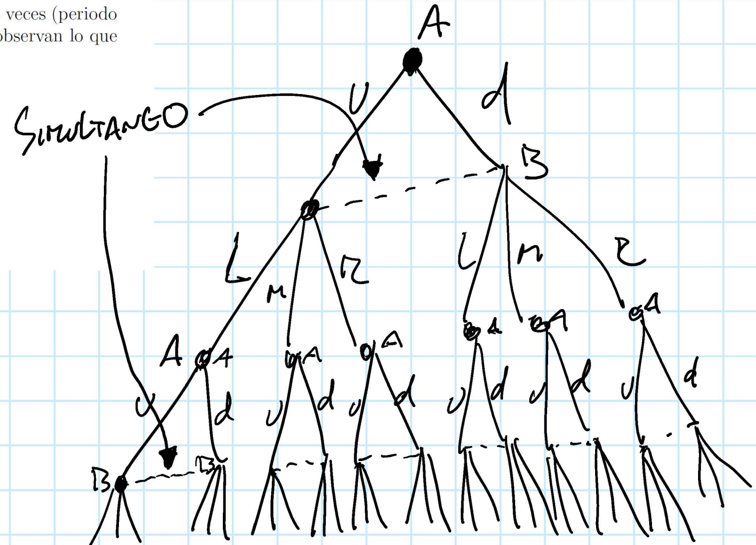
$$\frac{\partial f_x / \partial L_x}{\partial f_y / \partial L_y} = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}$$

$$\frac{\partial f_y / \partial L_y}{\partial f_x / \partial L_x} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}$$

2 preguntas. Considere que el siguiente juego en forma normal se repite dos veces (periodo 0, y periodo 1), y antes de escoger su acción del periodo 1 los jugadores observan lo que se jugó en el periodo 0.

Juego de etapa

Ana \ Beto	L	M	R
u	(5,2)	(3,3)	(4,1)
d	(1,4)	(2,3)	(3,0)



$$|S_A| = 2^7 = 128$$

$$|S_B| = 3^7 = 2,187$$

$$S_A = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) =$$

$$S_B = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$$