Repaso final 1

Thursday, May 14, 2020 3:57 PM

12) Parcial #2

12

Cuando el monopolista puede discriminar, en términos de excedente social:
(5 Points)

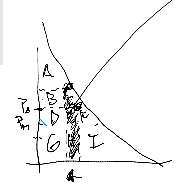
- existe una ineficiencia ya que en el mercado A aumentar la producción aumentaría el excedente social
- existe una ineficiencia ya que en el mercado B aumentar la producción aumentaría el excedente social
- existe una ineficiencia ya que transferir unidades del mercado A al mercado B aumentaría el excedente social
- todas las anteriores ✓

$$\frac{P-C}{P} = \frac{-1}{K}$$

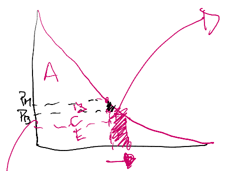
$4P_A = 3P_B$

$\frac{4}{3}P_A = P_B$

$P_A < P_B$



$\rightarrow$ AREA $= 1 \cdot P_A = P_A$



$\rightarrow$ AREA $= 1 \cdot P_B = P_B$

$\rightarrow$ GANANCIA CONSUMIDOR

$$\Delta TOTAL = P_B - P_A > 0 \quad \checkmark$$

SI $P_B > P_A$

$$ET = \underbrace{A+B+C}_{CONS} + \underbrace{D+E+G+H}_{PROD}$$

$$ET(-1) = \underbrace{A}_{CONS} + \underbrace{B+D+G}_{PROD}$$

$$\Delta ET = -C - E - H$$

$$ET = \underbrace{A+B}_{CONS} + \underbrace{C+E}_{PROD}$$

$$ET(+1) = \underbrace{A+B+C+D}_{CONS} + \underbrace{E+F}_{PROD}$$

$$\Delta T = D + F$$

2. (30 puntos) Considere el siguiente juego entre dos personas A y B. Cada persona i tiene que decidir cuánto dinero $x_i \in \mathbb{R}$ invierte en cierta actividad. Los pagos de cada persona dependen no solo del dinero que el invierte sino que también depende del dinero que el otro invierte. Los pagos están dados por $u_A(x_A, x_B) = x_A^{0.5}x_B - x_A$ y los pagos de la persona B están dados por $u_B(x_A, x_B) = x_B^{0.5}x_A - x_B$. La decisión de cuánto invertir la toman simultáneamente (no observan la inversión del otro al escoger la suya).

(a) (10 puntos) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego, y para cada uno de ellos diga si es eficiente en el sentido de Pareto o no.

(b) (15 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos $t = 1, 2$. En el primer periód ($t = 1$) se juega el juego de etapa descrito arriba; en el segundo periodo ($t = 2$) se vuelve a jugar el juego de etapa, pero antes de escoger su nivel de inversión los jugadores observan los niveles de inversión del primer periodo periodo. Considere el siguiente perfil de estrategias simétricas (ambos jugadores utilizan la misma estrategia): En el primer periodo ($t = 1$) el jugador invierte 9; en el segundo periodo ($t = 2$) el jugador invierte 4 si en el periodo 1 ambos invirtieron una cantidad de 9, e invierte 0 si en el periodo uno alguno de ellos no invirtió 9. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

(c) (5 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos $t = 1, 2$. En el primer period ($t = 1$) se juega el juego de etapa descrito arriba; en el segundo periodo ($t = 2$) se vuelve a jugar el juego de etapa, pero antes de escoger su nivel de inversión los jugadores observan los niveles de inversión del primer periodo periodo. Considere el siguiente perfil de estrategias simétricas (ambos jugadores utilizan la misma estrategia): En el primer periodo ($t = 1$) el jugador invierte 100; en el segundo periodo ($t = 2$) el jugador invierte 4 si en el periodo 1 ambos invirtieron una cantidad de 9, e invierte 0 si en el periodo uno alguno de ellos no invirtió 9. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

(d) (5 puntos extra) Suponga que este juego se repite dos periodos $t = 1, 2$. En el primer period ($t = 1$) se juega el juego de etapa descrito arriba; en el segundo periodo ($t = 2$) se vuelve a jugar el juego de etapa, pero antes de escoger su nivel de inversión los jugadores observan los niveles de inversión del primer periodo periodo. Considere el siguiente perfil de estrategias simétricas (ambos jugadores utilizan la misma estrategia): En el primer periodo ($t = 1$) el jugador invierte 16; en el segundo periodo ($t = 2$) el jugador invierte 9 si en el periodo 1 ambos invirtieron una cantidad de 16, e invierte 4 si en el periodo uno alguno de ellos no invirtió 16. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

$U_A = X_A^{0.5}X_B - X_A$

$U_B = X_B^{0.5}X_A - X_B$

(a) MR_A

$\rightarrow \frac{\partial U_A}{\partial X_A} = \frac{1}{2}X_A^{-1/2}X_B - 1 = 0$

$\frac{1}{2}\frac{X_B}{X_A^{1/2}} = 1$

$\frac{1}{2}X_B = X_A^{1/2}$

$$\boxed{\frac{1}{4}X_B^2 = X_A = MR_A(X_B)}$$

$$\boxed{\frac{1}{4}X_A^2 = X_B = MR_B(X_A)}$$

$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}X_A^2\right)^2 = X_A$

$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{16}X_A^4 = X_A$

$$\boxed{\frac{1}{64}X_A^4 = X_A}$$

$\frac{1}{64}X_A^4 - X_A = 0$

$X_A\left(\frac{1}{64}X_A^3 - 1\right) = 0$

$$x_A\left(\frac{1}{64}x_A^3-1\right)=0$$

$$x_A=0 \longrightarrow x_B=0$$

ó

$$x_A=4 \longrightarrow x_B=4$$

$$EN=\{(0,0);(4,4)\}$$

Pareto

$$\max_{x_A,x_B} x_A^{0.5}x_B-x_A \quad \text{s.a} \quad x_B^{0.5}x_A-x_B \geq \bar{U}_B$$

$$\mathcal{L}=x_A^{0.5}x_B-x_A+\lambda\left(x_B^{0.5}x_A-x_B-\bar{U}_B\right)$$

CPO

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A}=\frac{1}{2}\frac{x_B}{x_A^{1/2}}-1+\lambda x_B^{1/2}=0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_B}=x_A^{1/2}+\lambda\left(\frac{1}{2}\frac{x_A}{x_B^{1/2}}-1\right)=0$$

$$\boxed{\frac{\frac{1}{2}\frac{x_B}{x_A^{1/2}}-1}{x_A^{1/2}}=\frac{x_B^{1/2}}{\frac{1}{2}\frac{x_A}{x_B^{1/2}}-1}}$$

$(0,0) \to$ No esta definido

$$(4,4) \to \frac{\frac{1}{2}\frac{4}{2}-1}{2} \neq \frac{2}{\frac{1}{2}\frac{4}{2}-1} \to \text{No}$$

$$\frac{0}{2} \neq \frac{2}{0}$$

Ninguno es O.P.

NINGUNO ES O.P.

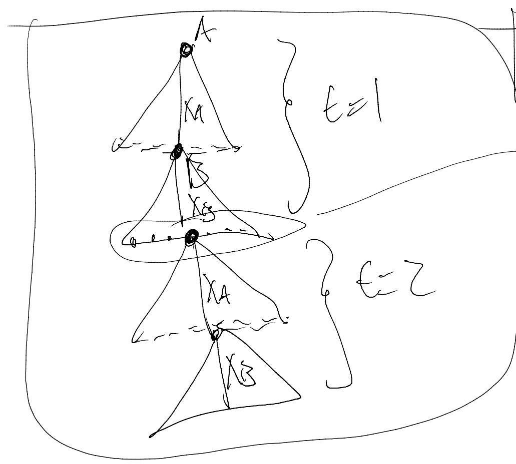
$\frac{0}{2} \neq \frac{2}{0}$

b) (G, 2)

G → JUEGO BASE

2 → REPETIDO 2 VECES

$$S = \begin{cases} t=1 \rightarrow 9 \\ t=2 \begin{cases} 4 & \text{si } t{-}1 = (9,9) \\ 0 & \text{si } t{-}1 \neq (9,9) \end{cases} \end{cases}$$



SUBJUEGO COMPLETO

→ INFINITOS SUBJUEGOS Q' ARRANCAN EN t=2

→ ¿POR Q' ES UN E.N. DE LOS SUBJUEGO EN t=2?

→ EN EL ULTIMO PERIODO HAY Q' JUGAR UN EN. DEL JUEGO BASE

→ ENTRE O JUGAMOS (4,4) Ó (0,0) SEGÚN LA ESTRATEGIA

EN t=1

$$V(\text{No Desviarse}) = U_1(9,9) + \delta U_1(4,4) = (9^{1/2} \cdot 9 - 9) + \delta(4^{1/2} \cdot 4 - 4) = 9(3-1) + 4\delta(2-1)$$

$$= 9(2) + 4\delta(1) = 18 + 4\delta$$

$$V(\text{Desvio}) = U_1(\underset{\neq 9}{x_A}, 9) + \delta U_1(0,0)$$

$V(\text{DESVIO}) = U_1\left(\underset{\neq 9}{x_A}, \ldots\right) + \delta\, U_1(\ldots)$

$$= x_A^{1/2}\, 9 - x_A + \delta\left(0^{1/2}\, 0 - 0\right)$$

$$\boxed{= x_A^{1/2}\, 9 - x_A}$$

$\underset{x_A}{\text{MAX}}\ V(\text{DESVIO}) \Longrightarrow \dfrac{\partial V(\text{DESV})}{\partial x_A} = \dfrac{1}{2}\dfrac{9}{x_A^{1/2}} - 1 = 0$

$$= \frac{9}{2} = x_A^{1/2}$$

$$\boxed{= \frac{81}{4} = x_A}$$

$$= \left(\frac{81}{4}\right)^{1/2} \cdot 9 - \frac{81}{4}$$

$$= \left(\frac{9}{2}\right) 9 - \frac{81}{4}$$

$$= \frac{81}{2} - \frac{81}{4} = \boxed{\frac{81}{4}}$$

$$= 20.25$$

NO ME DESVIO SIEMPRE Y CUANDO

$$18 + 4\delta \geq 20.25$$

$$4\delta \geq 2.25$$

$$\boxed{\delta \geq \frac{2.25}{4} = 0.5625}$$

$$\boxed{S \text{ ES UN EPS SI } \delta \geq 0.5625}$$

(c)

$$S = \begin{cases} t=1 \to \boxed{100} \\ t=2 \begin{cases} 4 & \text{SI } t=1 \text{ JUGO } (9,9) \\ 0 & \text{SI } t=1 \text{ JUGO } \neq (9,9) \end{cases} \end{cases}$$

$\Big| t=2 \begin{cases} 4 & \\ 0 & \text{si } \boxed{t=1 \text{ JUGO} \neq (9,9)} \end{cases}$

t=1

$$V(\text{No Desviarme}) = U_1(100,100) + \cancel{\delta U_1(0,0)}^{\to 0} = 100^{1/2}100 - 100 = 100(10-1) = 100(9) = 900$$

$$V(\text{Desviarme}) = U_1(\underline{X_A}, \underline{100}) + \cancel{\delta U_1(0,0)}^{\to 0} = X_A^{1/2}100 - X_A$$

$$\text{MAX } V(\text{Desv}) \rightarrow \frac{\partial V(\text{Desv})}{\partial X_A} = \frac{1}{2}\frac{100}{X_A^{1/2}} - 1 = 0$$

$$50 = X_A^{1/2}$$

$$\boxed{50^2 = X_A}$$

$$(50^2)^{1/2}(100) - 50^2$$

$$50(100) - 50^2$$

$$50(100-50)$$

$$50(50) = 2500$$

$$V(\text{Desv}) > V(\text{No Desv})$$

$\Rightarrow S$ No es $\underline{\text{EPS}}$

(d) $S = \begin{cases} t=1 \rightarrow 16 \\ t=2 \begin{cases} \boxed{9 \text{ si en } t=1\ (16,16)} \\ 4 \text{ si en } t=1 \neq (16,16) \end{cases} \end{cases}$

¿EPS?

→ No pues en el subjuego q' arranca en t=2 después de (16,16)

ARRANCA EN E=C
DESPUES DE (16,16)
NO SE JUEGA UN EN.

Segunda Parte
Preguntas Abiertas
Únicamente se tomará en cuenta la respuesta escrita en el espacio abajo de la pregunta correspondiente.

1. (30 puntos) Considere el siguiente juego entre dos empresas $\{A, B\}$ que compiten a la Bertrand. Ambas empresas venden el mismo producto y la demanda del producto es $q(p) = 30 - p$. Cada empresa escoge un precio (p_A y p_B respectivamente) que tiene que ser un número entero menor a 30. La empresa que ponga el precio más bajo se lleva toda la demanda y la que escoge el precio más alto no vende nada; si ambas ponen el mismo precio la demanda se la dividen en partes iguales. Los costos de producción de la empresa A son $CT(q_A) = 10q_A$ y los costos totales de la empresa B son $CT(q_B) = 15q_B$.

   (a) (10 puntos) Suponga que las empresas escogen sus precios simultáneamente, es decir no observan el precio que escogió la otra empresa. Encuentre todos los equilibrios de Nash de este juego, las cantidades que producen las empresas en cada equilibrio de Nash, y las ganancias en cada equilibrio de Nash.

   (b) (10 puntos) Suponga ahora que la empresa A escoge su precio primero y, después de observar el precio de A, la empresa B escoge su precio. Encuentre todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos de este juego, las cantidades que producen las empresas en cada equilibrio, y las ganancias en cada equilibrio.

   (c) (10 puntos) Suponga ahora que la empresa B escoge su precio primero y, después de observar el precio de B, la empresa A escoge su precio. Encuentre todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos de este juego, las cantidades que producen las empresas en cada equilibrio, y las ganancias en cada equilibrio.

→ EN PRECIOS

(a) SIMULTANEO

$q = 30 - P$ → MONOPOLIO

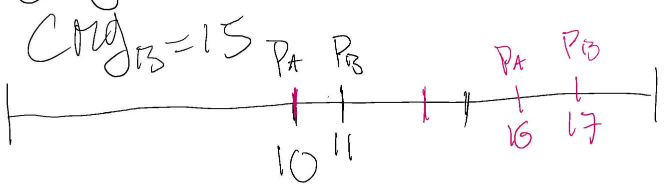
$\Pi_M = (30-P)P - C(30-P)$

$\frac{\partial \Pi_M}{\partial P} = 30 - 2P + C = 0$

$\boxed{\frac{30+C}{2} = P_M}$

$CMg_A = 10$

$CMg_B = 15$



$= 19$

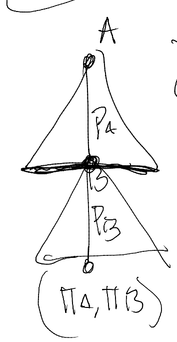
10 11

$\pi_A(11,12) = (30-11)11 - 10(30-11) = (30-11)(1) = 19$

$\pi_A(12,12) = \frac{(30-12)}{2}12 - 10\frac{(30-12)}{2} = \frac{(30-12)}{2}(2) = 18$

$\boxed{\underline{EN} = \{(11,12);\ (12,13);\ (13,14);\ (14,15);\ (15,16)\}}$

b)



$\}\ t=1$

$\}\ t=2$

$\boxed{t=2}$

$$\pi_B = \begin{cases} 0 & P_B > P_A \\ \frac{(30-P)}{2}(P-15) & P_B = P_A \\ (30-P)(P-15) & P_B < P_A \end{cases}$$

P_A	P_B
1	$[2,\infty)$
2	$[3,\infty)$
⋮	⋮
14	$[15,\infty)$
15	$[15,\infty)$
16	16
17	16
18	17
19	18
⋮	⋮
23	22
24	22
25	22
⋮	⋮

$P_M^B = \frac{30+15}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$

$$P_B(P_A) = \begin{cases} [P_A+1,\infty) & P_A < 15 \\ [15,\infty) & \boxed{P_A = 15} \\ 16 & P_A = 16 \\ P_A - 1 & 23 \geq P_A \geq 16 \\ 22 = P_M^B & P_A \geq 23 \end{cases}$$

$\boxed{t=1}$

P_A	π_A
1	<0
⋮	
10	0
11	$\pi_{11} = (30-11)(11-10) = 19(1) = 19$
12	$\pi_{12} = (30-12)(12-10) = 18(2) = 36$
13	$\pi_{13} = 17(3) = 41$
14	$\pi_{14} = 16(4) = 64$
~~15~~	~~$\pi_{15} = 15(5) = 75$~~
	$\pi_{15}/2 = \frac{15}{2}(5) = 75/2$
16	$\pi_{16}/2 = \frac{16}{2}(6) = 96/2$
17	0 0
⋮	

$$EPS = \left(P_A = 15,\ P_B = \begin{cases} P_A+1 & P_A < 15 \\ [16,\infty) & P_A = 15 \\ 16 & P_A = 16 \\ P_A - 1 & 22 \leq P_A \leq 16 \\ 22 & P_A > 22 \end{cases} \right)$$

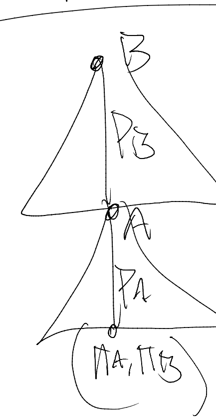
17	0	0
⋮	⋮	0
⋮	0	0

22 $P_A > 22$

$$EPS: \left(P_A = 14,\ P_B = \begin{cases} P_A + 1 & P_A < 15 \\ 15 & P_A = 15 \\ 16 & P_A = 16 \\ P_A - 1 & 22 \geq P_A < 16 \\ 22 & P_A > 22 \end{cases} \right)$$

$$P_A^M = \frac{30+10}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

(c) B PRIMERO



$t=1$

$t=2$

$t=2$

P_B	P_A
1	$[2, \infty)$
2	$[3, \infty)$
⋮	⋮
9	$[10, \infty)$
10	$[10, \infty)$
11	11
12	11
13	12
⋮	⋮
20	19
21	20
22	20
⋮	⋮

$$P_A(P_B) = \begin{cases} [P_A+1, \infty) & P_B \leq 9 \\ [10, \infty) & P_B = 10 \\ 11 & P_B = 11 \\ P_B - 1 & 20 \geq P_B > 11 \\ 20 & P_B > 20 \end{cases}$$

$t=1$

P_B	Π_B
1	<0
⋮	⋮
9	<0
$\boxed{10}$	<0

$$EPS = \left(P_B = 13,\ P_A = \text{función} \right)$$

$(P_B = 14,\ P_A = \text{función})$

9	<0
$\boxed{10}$	<0
$\boxed{11}$	$\pi_{11} = (30-11)(11-15) < 0$
12	0
13	0
⋮	0

$= (P_B = 14,\ P_A = \text{funcion})$

⋮

→ HAY 18 EQUILIBRIOS

EPS CON $P_B = 12$ HASTA 30