Repaso Final 2

Tuesday, May 19, 2020 3:56 PM

esta economía.

2. (30 puntos) Considere una industria donde hay dos empresas A y B. El gobierno ha regulado esta industria imponiendo que el precio de venta del producto sea de 400 pesos (tanto A como B tienen que vender su producto a 400 pesos por unidad). Cada empresa puede escoger la calidad del producto que vende (c_i). La calidad que escogen las empresas afecta los costos de producción y la cantidad que venden, denotando $c_A \geq 0$ la calidad de la empresa A y $c_B \geq 0$ la calidad de la empresa B la demanda de cada empresa está dada por $\boxed{q_i = 100 + c_i - c_{-i}}$. El costo de producción de cada empresa depende de la cantidad que vende q_i, y de la calidad que escoge c_i, de acuerdo a la función de costos totales $\boxed{CT_i(q_i, c_i) = c_i q_i}$. Cada empresa busca maximizar sus beneficios (ingresos-costos).

   (a) (10 puntos) Suponga que las empresas deciden su calidad simultáneamente (es decir ninguna observa la calidad del competidor antes de decidir la suya). Encuentre el equilibrio de Nash de este juego y los beneficios que obtienen las empresas en equilibrio.

   (b) (10 puntos) Suponga que el juego se repite infinitas veces y el factor de descuento, β, es el mismo para las dos empresas. Considere la siguiente estrategia de gatillo con reversión a Nash. En el primer periodo cada empresa escoge una calidad de cero ($c_A = 0, c_B = 0$), en los siguientes periodos cada empresa escoge una calidad de cero si en todos los periodos anteriores ambas empresas escogieron una calidad de cero, y escogen la calidad del equilibrio de Nash estático (inciso anterior) en caso de que en algún periodo anterior alguna empresa haya escogido una calidad positiva. ¿Para que factores de descuento, β, es este perfil de estrategias de gatillo un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

   (c) (10 puntos) Suponga que el juego se repite dos periodos, encuentre un equilibrio perfecto en subjuegos.

(a) $\Pi_i = \underbrace{(100 + C_i - C_{-i})}_{q_i} \underbrace{400}_{\text{PRECIO}} - C_i(100 + C_i - C_{-i})$

CPO $\frac{\partial \Pi_i}{\partial C_i}: 400 - 100 - 2C_i + C_{-i} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{300 + C_{-i}}{2} = C_i = MR_i(C_{-i})}$

BUSCAR UN EQ SIMETRIO
$C_i = C_{-i} = C^*$

$400 - 100 - 2C^* + C^* = 0$

$\boxed{300 = C^* = C_i^* = C_{-i}^*}$

$EN = (C_A = 300, C_B = 300)$

$\Pi_i^{EN} = 100(400) - 300(100) = 100^2 = 10{,}000$

(b) $S_i = \begin{cases} C_i = 0 & \text{EN } t = 1 \\ C_i = 0 & \text{EN } t > 1 \text{ SI } h_t = (0, \dots, 0) \\ \underline{C_i = 300} & \text{EN } t > 1 \text{ SI } h_t \neq (0, 0, \dots, 0) \end{cases}$

$\boxed{h_t \neq (0, 0, \dots, 0)}$

$V(\text{No Desvio}) = \Pi_i(300,300) + \beta \Pi_i(300,300) + \dots$
$= \frac{\Pi_i(300,300)}{1 - \beta} = \frac{10000}{1 - \beta}$

$V(\text{Desvio}) = \Pi_i(C_A, 300) + \beta \Pi_i(300,300) + \beta^2 \Pi_i(300,300) + \dots$

$\frac{\partial V(\text{Desvio})}{\partial C_A} = \frac{\partial \Pi_i(C_A, 300)}{C_A} \Rightarrow C_A^*(300) = 300$

$\Rightarrow$ No Me Conviene Desviarme

$\boxed{h_t = (0,0,0,\dots,0)\ \forall t}$

$V(\text{No Desv}) = \Pi(0,0) + \beta\Pi(0,0) + \beta^2\Pi(0,0) + \dots$
$= \Pi(0,0)(1 + \beta + \beta^2 + \dots)$
$= \frac{\Pi(0,0)}{1 - \beta} = \frac{40{,}000}{1 - \beta}$

$V(\text{Desv}) = \Pi(C_A, 0) + \beta\Pi(300,300) + \beta^2\Pi(300,300) + \dots$

$\frac{\partial V(\text{Desv})}{\partial C_A} = \frac{\partial \Pi(C_A, 0)}{\partial C_A} \Rightarrow \boxed{C_A^* = 150}$
(VER MR PARTE a)

$= \Pi(150,0) + \beta\Pi(300,300) + \beta^2\Pi(300,300) + \dots$
$= 250(400) - 150(250) + \beta(10{,}000) + \beta^2(10{,}000) + \dots$
$= 62{,}500 + \beta 10{,}000(1 + \beta + \beta^2 + \dots)$
$= 62{,}500 + \frac{\beta\, 10{,}000}{1 - \beta}$

$V(\text{No Desv}) \geq V(\text{Desv})$

$\frac{40{,}000}{1 - \beta} \geq 62{,}500 + \frac{10{,}000\beta}{1 - \beta}$

$\frac{40{,}000 - 10000\beta}{1 - \beta} \geq 62500$

$40\,000 - 10000\beta \geq 62500 - 62500\beta$

$52{,}500\beta \geq 22500$

$\beta \geq 22500 / 52{,}500$

$\boxed{\beta \geq 3/7 \approx 0.4285}$

(c) $\boxed{T = 2}$

$\rightarrow EPS = S_i = \begin{cases} 300 & \text{EN } t = 1 \\ 300 & \text{EN } t = 2 \end{cases}$

8

		BETO		
		J	K	L
A	A	5, 10	10, 15	5, 0
	B	0, 20	5, 5	10, 25

(a) $\sigma_A = (P_A, P_B) = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ $\sigma_B = (q_j, q_K, q_L) = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$

ANA

$U_A(A, \sigma_B) = \underbrace{5}_{U_A(A,J)} \cdot \frac{1}{2} + \underbrace{10}_{U_A(A,K)} \cdot 0 + \underbrace{5}_{U_A(A,L)} \cdot \frac{1}{2} = 5$

$U_A(B, \sigma_B) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 0 + 10\frac{1}{2} = 5$

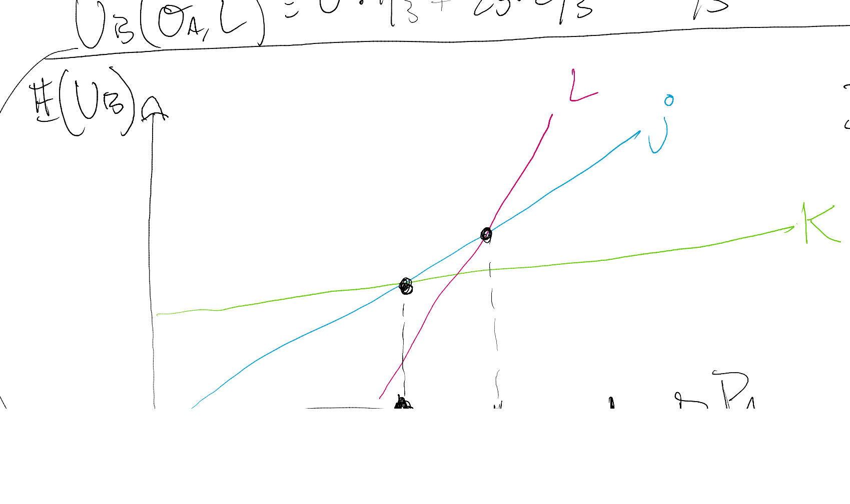
$\Rightarrow MR_A(\sigma_B) = (P_A, 1 - P_A ; P_A \in [0, 1])$

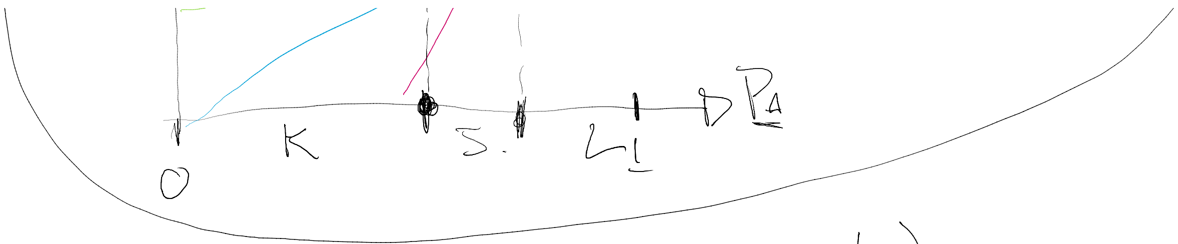
BETO

$U_B(\sigma_A, J) = 10 \cdot 1/3 + 20 \cdot 2/3 = 50/3$
$U_B(\sigma_A, K) = 15 \cdot 1/3 + 5 \cdot 2/3 = 25/3$
$U_B(\sigma_A, L) = 0 \cdot 1/3 + 25 \cdot 2/3 = 50/3$

$\Big\}\ MR_B(\sigma_A) = \{(P_j, 0, 1 - P_j) ; P_j \in [0, 1]\}.$

INVENTADO





(b) $\sigma_A = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $\sigma_B = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$

Ana

$$U_A(A, \sigma_B) = 5\cdot\frac{1}{4} + 10\cdot\frac{1}{4} + 5\cdot\frac{1}{2} = 25/4$$

$$U_A(B, \sigma_B) = 0\cdot\frac{1}{4} + 5\cdot\frac{1}{4} + 10\cdot\frac{1}{2} = 25/4$$

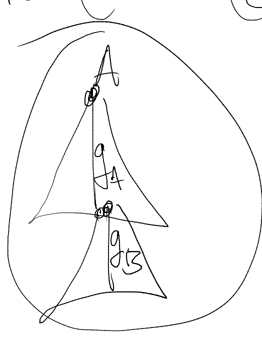
Beto

$$\left.\begin{aligned} U_B(\sigma_A, S) &= 10\tfrac{1}{2} + 20\tfrac{1}{2} = \tfrac{30}{2} \\ U_B(\sigma_A, K) &= 15\tfrac{1}{2} + 5\,1/2 = 20/2 \\ U_B(\sigma_A, L) &= 0\tfrac{1}{2} + 25\,1/2 = 25/2 \end{aligned}\right\} MR_B(\sigma_A) = (1, 0, 0) \neq \left(\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{2}\right)$$

NO ES EN

(c) GRANJERO A, B

$$\pi_i = (900 - (g_i + g_j))\,g_i - 100 g_i$$



(a) ¿EPS?

$$\pi_B = (900 - g_A - g_B)\,g_B - 100 g_B$$

CPO

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial g_B} = 900 - g_A - 2g_B - 100 = 0$$

$$\boxed{\frac{800 - g_A}{2} = g_B}$$

t=1

$$\pi_A = \Big(900 - g_A - \underbrace{\left(\frac{800 - g_A}{2}\right)}_{g_B}\Big)\,g_A - 100 g_A$$

CPO

$$900 - 2g_A - \frac{800}{2} + g_A - 100 = 0$$

$$800 - \frac{800}{2} = g_A$$

$$400 = g_A$$

$$EPS = \left\{\left(g_A = 400,\ g_B = \frac{800 - g_A}{2}\right)\right\}$$

$$g_B(400) = \frac{800 - 400}{2} = 200$$

$$\pi_A^{EPS}(400, 200) =$$

$$\pi^{EPS}(400, 200) =$$

$\pi_A^{EPS}(400,200)=$
$\pi_B^{EPS}(400,200)=$

(b) $\max_{g_A, g_B} \pi_A \quad s.a \quad \pi_B \geq \bar{\pi}$

$\mathcal{L} = (900 - g_A - g_B)g_A - 100g_A + \lambda\left((900 - g_A - g_B)g_B - 100g_B - \bar{\pi}\right)$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_A} = 900 - 2g_A - g_B - 100 + \lambda(-g_B) = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_B} = -g_A + \lambda(900 - g_A - 2g_B - 100)$

$\frac{800 - 2g_A - g_B}{-g_A} = \frac{-g_B}{800 - g_A - 2g_B}$

¿ES EPS UN O.P?

$\frac{800 - 2(400) - 200}{-400} \overset{?}{=} \frac{-200}{800 - 400 - 2(200)}$

$\frac{-200}{-400} \overset{?}{=} \frac{-200}{0}$

↳ NO ES IGUAL
⇒ NO ES O.P.

(c) $DAP = \underbrace{\pi_A^{EPS} - \pi_B^{EPS}}_{\text{GANANCIA DEL DESPERTADOR}}$

(d) $DAP(\text{Dinamico/Puede Ver}) = \pi_A^{EPS} - \pi_B^{EPS}$

$DAP(\text{No Puede Ver/Simultaneo}) = \pi_B^{EN.} - \pi_B^{EPS}$

$U_A(G, X_A) = 110G + X_A$ $\qquad G = \begin{cases} 1 & \text{PASTILLA} \\ 0 & \text{NO PASTILLA} \end{cases}$

$U_B(G, X_B) = 250G + X_B$

$I_A = 5{,}000 \qquad I_B = 1{,}000$

		Beto	
		C	NC
Ana	C	4870, 1010	4870, 1250
	NC	5110, 1010	5000, 1000

→ $G=1$

$X_A = 5{,}000 - 240$

$U_A = 110 + 5{,}000 - 240$

$X_B = 1000 - 240$

$U_B = 250 \cdot 1 + 1000 - 240$

→ $G=1$

$X_A = 5000$

$6=0$

$6=1$

$X_A = 5000$

$U_A = 110 \cdot 1 + 5000$

$X_B = 1000 - 240$

$U_B = 250 + 1000 - 240$

$\underline{6=1}$

$X_A = 5000 - 240$

$U_A = 110 + 5000 - 240$

$U_B = 250 + 1000$

A	C	NC
C	4910, 1210	5000, 1000
NC	5000, 1000	5000, 1000

$U_A = 110 \cdot 1 + \left(5000 - 240 \cdot 5/6\right) = 4910$

$U_B = 250 \cdot 1 + \left(1000 - 240 \cdot 1/6\right) = 1210$

$EN = \{(NC, C), (NC, NC)\}$

25