

LABORATORIO 1 - 2

1 INDIVIDUO  $V(x, y) = x^{1/4} y^{3/4}$

$$f_x(L_x, K_x) = L_x^{1/2} K_x^{1/2}$$

$$f_y(L_y, K_y) = L_y^{1/2} K_y^{1/2}$$

$$\bar{K} = 1, \bar{L} = 1, \bar{P}_y = 1$$

a) FPP

$$\text{MAX } f_x = L_x^{1/2} K_x^{1/2} \quad \text{s.t.}$$

$$\begin{cases} f_y = L_y^{1/2} K_y^{1/2} \geq \bar{y} \\ L_x + L_y \leq \bar{L} = 1 \\ K_x + K_y \leq \bar{K} = 1 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{(1 - L_x)^{1/2} (1 - K_x)^{1/2} \geq \bar{y}}$$

$$\mathcal{L} = L_x^{1/2} K_x^{1/2} + \lambda \left( (1 - L_x)^{1/2} (1 - K_x)^{1/2} - \bar{y} \right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_x} = \frac{1}{2} L_x^{-1/2} K_x^{1/2} + \lambda \frac{1}{2} (1 - L_x)^{-1/2} (-1) (1 - K_x)^{1/2} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_x} = \frac{1}{2} L_x^{1/2} K_x^{-1/2} + \lambda \frac{1}{2} (1 - L_x)^{1/2} (1 - K_x)^{-1/2} (-1) = 0$$

$$\frac{1}{2} L_x^{-1/2} K_x^{1/2} = \lambda \frac{1}{2} (1 - L_x)^{-1/2} (+1) (1 - K_x)^{1/2}$$

$$\frac{1}{2} L_x^{1/2} K_x^{-1/2} = \lambda \frac{1}{2} (1 - L_x)^{1/2} (1 - K_x)^{-1/2} (+1)$$

$\Downarrow$

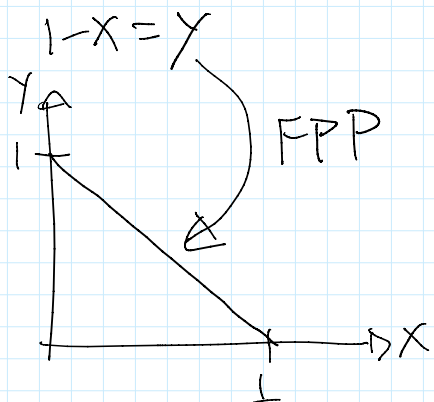
$$\frac{K_x}{L_x} = \frac{(1 - K_x)}{(1 - L_x)}$$

$$K_x - K_x L_x = L_x - L_x K_x$$

$$K_x = L_x$$

$$f_x = L_x^{1/2} K_x^{1/2} = L_x = X$$

$$f_y = (1-L_x)^{1/2} (1-K_x)^{1/2} = (1-L_x) = Y$$



OP

$$\text{MAX } U = X^{1/4} Y^{3/4} \quad \text{s.t.} \quad \underbrace{1-X=Y}_{\text{FPP}}$$

---

MARZO 2019

3 preguntas. Considere una economía con producción y dos consumidores A, B, cada uno con función de utilidad estrictamente monótona y estrictamente cuasiconcava que denotamos  $u_i(x_i, y_i)$ . El consumidor A no tiene dotación de X ni de Y, cuenta con 1 unidad de tiempo y con 100 unidades de capital. El consumidor B no tiene dotación de X ni de Y, cuenta con 1 unidad de tiempo y con 50 unidades de capital. El bien X se produce utilizando trabajo y capital de acuerdo a la función  $f_X(l_X, k_X)$ . El bien Y se produce utilizando trabajo y capital de acuerdo a la función  $f_Y(l_Y, k_Y)$ .  $UMgZ^i(x_i, y_i)$  denota la utilidad marginal de la persona  $i \in \{A, B\}$  por el bien  $Z \in \{X, Y\}$ ,  $PMgJ^X(l_X, k_X)$  el producto marginal del insumo  $J \in \{L, K\}$  en la producción de X, y  $PMgJ^Y(l_Y, k_Y)$  el producto marginal del insumo  $J \in \{L, K\}$  en la producción de Y. Suponga que  $(x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*), (l_X^*, k_X^*), (l_Y^*, k_Y^*)$  es una asignación eficiente en el sentido de Pareto en la cual todas las cantidades son positivas.

3. En esta asignación eficiente en el sentido de Pareto, por el lado del consumo, se cumple que:

- (a)  $UMgX^A(x_A^*, y_A^*) = UMgX^B(x_B^*, y_B^*)$
- (b)  $UMgY^A(x_A^*, y_A^*) = UMgY^B(x_B^*, y_B^*)$
- (c)  $\frac{UMgX^A(x_A^*, y_A^*)}{UMgY^A(x_A^*, y_A^*)} = \frac{UMgX^B(x_B^*, y_B^*)}{UMgY^B(x_B^*, y_B^*)}$
- (d) todas las anteriores

$\nabla U_A = \lambda_1 \nabla U_B$  s.a.  $U_B \geq 0$   
 $x_A + x_B \leq f_X(l_X, k_X)$   
 $y_A + y_B \leq f_Y(l_Y, k_Y)$   
 $l_X + l_Y \leq 1$   
 $k_X + k_Y \leq 100$

$$\frac{\partial U_A}{\partial x_A} + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial U_A}{\partial y_A} + \lambda_3 = 0$$

$$\frac{\partial U_B}{\partial x_B} \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial U_B}{\partial y_B} \lambda_1 + \lambda_3 = 0$$

4. En esta asignación eficiente en el sentido de Pareto, por el lado del uso de insumos, se cumple que:

- (a)  $PMgL^X(l_X^*, k_X^*) = PMgL^Y(l_Y^*, k_Y^*)$
- (b)  $PMgL^X(l_X^*, k_X^*) = PMgK^X(l_X^*, k_X^*)$
- (c)  $PMgL^X(l_X^*, k_X^*) = PMgK^Y(l_Y^*, k_Y^*)$
- (d) ninguna de las anteriores

5. En esta asignación eficiente en el sentido de Pareto se cumple que:

- (a)  $\frac{UMgX^A(x_A^*, y_A^*)}{UMgY^A(x_A^*, y_A^*)} = \frac{PMgL^X(l_X^*, k_X^*)}{PMgK^X(l_X^*, k_X^*)}$
- (b)  $\frac{UMgX^A(x_A^*, y_A^*)}{UMgY^A(x_A^*, y_A^*)} = \frac{PMgL^Y(l_Y^*, k_Y^*)}{PMgK^Y(l_Y^*, k_Y^*)}$
- (c)  $\frac{UMgX^A(x_A^*, y_A^*)}{UMgY^A(x_A^*, y_A^*)} = \frac{PMgL^X(l_X^*, k_X^*)}{PMgK^Y(l_Y^*, k_Y^*)}$
- (d) todas las anteriores

$\rightarrow \frac{\partial U_A / \partial x_A}{\partial U_A / \partial y_A} = \frac{\partial Y}{\partial X} \parallel \frac{\partial x / \partial l}{\partial x / \partial k} = \frac{\partial f}{\partial l} / \frac{\partial f}{\partial k}$   
 $\hookrightarrow$

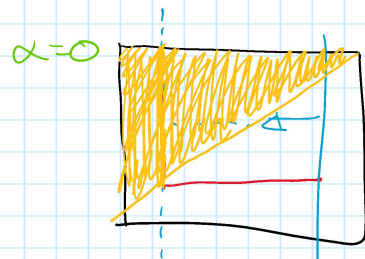
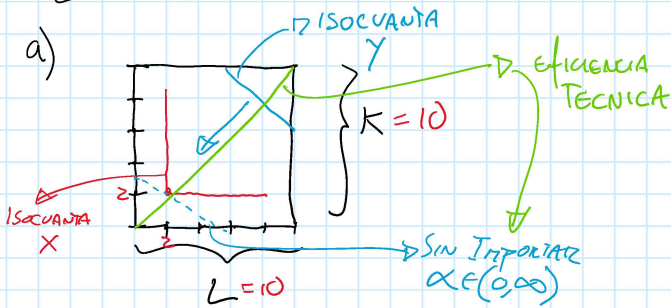
LAB 2015

$$U = \min(X, Y)$$

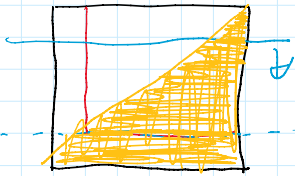
$$f_X(l_X, k_X) = \min(l_X, k_X)$$

$$f_Y(l_Y, k_Y) = l_Y + \alpha k_Y$$

$$\bar{L} = 10 = \bar{K}$$



Limite  $\alpha=0$



EQUILIBRIO  $\alpha \in (0, \infty)$

FIRMAS

$$X_0 \downarrow_x = MW(L_x, K_x)$$

$$\Pi_x = MW(L_x, K_x) P_x - L_x w - K_x r$$

En el óptimo  $\rightarrow L_x = K_x$   
(FIRMA)

$\Pi_x = 0$  (RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA)

$$MW(L_x, K_x) P_x - L_x w - K_x r = 0 \quad \swarrow L_x = K_x$$

$$MW(L_x, L_x) P_x - L_x w - L_x r = 0$$

$$L_x P_x - L_x w - L_x r = 0$$

$$\boxed{P_x = w + r}$$

$$\underline{Y} \quad \Pi_y = (L_y + \alpha K_y) P_y - w L_y - r K_y$$

$$\uparrow L_y \Rightarrow P_y - w \Rightarrow P_y - w > \alpha P_y - r > 0 \Rightarrow \begin{matrix} L_y^D = \infty \\ K_y^D = 0 \end{matrix} \quad \left( \begin{matrix} \text{No Puede} \\ \text{Ser EQ} \end{matrix} \right)$$

$$\uparrow K_y \rightarrow \alpha P_y - r \Rightarrow \alpha P_y - r > P_y - w > 0 \Rightarrow \begin{matrix} L_y^D = 0 \\ K_y^D = \infty \end{matrix}$$

$$\alpha P_y - r = P_y - w > 0 \Rightarrow \begin{matrix} L_y^D = \infty \\ K_y^D = \infty \end{matrix}$$

$$\alpha P_y - r = P_y - w = 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} \alpha P_y = r \\ P_y = w \end{matrix}}$$

$$\Pi_y = 0 = (L_y + \alpha K_y) P_y - w L_y - r K_y = 0$$

$$L_y (P_y - w) + K_y (\alpha P_y - r) = 0$$

$\rightarrow 0 \quad \rightarrow 0$

$$\text{MAX } \text{MIN}(x, y) \quad \text{s.t.} \quad P_x X + P_y Y \leq \underbrace{w}_{\underline{L}} 10 + \underbrace{r}_{\underline{K}} 10 + \overset{\rightarrow 0}{\alpha} P_x + \overset{\rightarrow 0}{\alpha} P_y$$

en el OP  $x=y$

$$P_x X + P_y Y = 10w + 10r$$

$$X(P_x + P_y) = 10w + 10r$$

$$X = \frac{10w + 10r}{P_x + P_y} = Y$$

### MERCADOS VACIEN

$$X^D = \frac{10w + 10r}{P_x + P_y} = \text{MIN}(L_x, K_x) = L_x$$

$$Y^D = \frac{10w + 10r}{P_x + P_y} = L_y + \alpha K_y$$

$$10 = L_x + L_y$$

$$10 = K_x + K_y$$

$$P_x = w + r$$

$$P_y = w$$

$$\alpha P_y = r$$

$$w = 1$$

$$P_x = r + 1$$

$$P_y = 1$$

$$r = \alpha$$

$$P_x = \alpha + 1$$

$$X^D = \frac{10 + 10\alpha}{\alpha + 1 + 1} = \frac{10(\alpha + 1)}{\alpha + 2} = y = L_x = K_x$$

$$L_y = 10 - \frac{10(\alpha + 1)}{\alpha + 2} \Rightarrow L_x + L_y = 10$$

$$K_y = 10 - \frac{10(\alpha + 1)}{\alpha + 2} \Rightarrow K_x + K_y = 10$$