Parcial 2

Wednesday, April 22, 2020 10:37 AM

Considere el siguiente juego entre Ana y Beto y conteste las siguientes preguntas.

		Beto			
		W	X	Y	Z
Ana	T	(2,5)	(3,2)	(1,3)	(3,9)
	M	(4,6)	(5,6)	(3,1)	(1,5)
	D	(1,7)	(4,7)	(4,7)	(4,2)

3

En este juego Ana tiene _______ estrategias estrictamente dominadas, y Beto tiene _______ estrategias débilmente dominadas.
(5 Points)

(Considere únicamente dominancia por estrategias puras en la primera ronda de eliminación)

- 1; 2
- 2; 1
- 0; 2 ✓
- 1; 1

Para Ana:
T no domina a M, ni M domina a T (M paga mas si B juega W, X o Y; T paga mas si B juega Z)
T no domina a D, ni D domina a T (D paga mas si B juega X, Y o Z; T paga mas si B juega W)
M no domina a D, ni D domina a M (D paga mas si B juega Y o Z, M paga mas si B juega W o X)

Para Beto:
W domina débilmente a X y Y (siempre le paga lo mismo jugar W o mas, que jugar X o Y independientemente de lo que jueguen los demás)
Ni W ni Z están dominados débilmente

Por ende la respuesta es 0;2

4

En este juego Ana tiene ________ estrategias estrictamente dominantes, Beto tiene ________ estrategias estrictamente dominantes.
(5 Points)

(Considere únicamente dominancia por estrategias puras en la primera ronda de eliminación)

- 2; 1
- 1; 2
- 1; 0
- 0; 0 ✓

Para Ana:
Por la lógica del ejercicio pasado, no hay ninguna estrategia estrictamente dominantes

Para Beto:
Ninguna estrategia domina estrictamente a todas las demás (en el mejor de los casos algunas dominan débilmente a otra estrategia pero no a todas las demás)

Por ende la respuesta es 0;0

5

En este juego el perfil de estrategias (M,X):
(5 Points)

- no es eficiente en el sentido de Pareto porque la estrategia X está debilmente dominada
- no es de equilibrio de Nash porque la estrategia X está debilmente dominada
- no es eficiente porque no se maximiza la suma de pagos
- ninguna de las anteriores ✓

(M,X) es eficiente en el sentido de Pareto (no puedo mejorar a B sin empeorar a A)
(M,X) es equilibrio de Nash (nadie tiene incentivos a desviarse unilateralmente, ver siguiente respuesta)
La suma de los pagos NO TIENE NADA QUE VER con eficiencia (u optimos de Pareto, o equilibrio de Nash)
Por ende la respuesta es ninguna de las anteriores

6

En este juego, considerando únicamente estrategias puras, existen ________ equilibrios de Nash y de esos equilibrios _______ son eficientes en el sentido de Pareto
(5 Points)

- 2; 1
- 3; 2 ✓
- 3; 1
- 1; 1

Los equilibrios de Nash son:
EN={(M,X);(M,W);(D,Y)}

Los óptimos de Pareto son:

OP={(M,X);(D,X);(D,Y);(T,Z))

Por ende, dos equilibrio de Nash son óptimos de Pareto: (M,X) y (DY)

7

Considere un juego entre dos personas, Camila y Daniel. Si en ese juego estamos en un perfil de estrategias que son un equilibrio de Nash entonces:
(5 Points)

- si Camila cambia su estrategia y Daniel la mantiene constante, el pago de Daniel no disminuye
- si Daniel cambia su estrategia y Camila la mantiene constante, el pago de Camila no disminuye
- si Camila cambia su estrategia y Daniel la mantiene constante, el pago de Camila no aumenta ✓
- todas las anteriores

Para que algo sea equilibro de Nash, todo el mundo tiene jugar su mejor respuesta a lo que hacen los demás. Por ende si Camila cambie su estrategia y Daniel no, el pago de Camila no puede mejorar. No podemos asegurar nada sobre el pago de Daniel.

Considere un juego entre dos personas, Eduardo y Fernanda, podemos asegurar que un equilibrio de Nash
(5 Points)

- es eficiente en el sentido de Pareto pues ambos jugadores están maximizando su pago dada la estrategia del otro
- es ineficiente en el sentido de Pareto pues si ambos jugadores cambian su estrategia el pago de cada uno de ellos aumenta
- es ineficiente en el sentido de Pareto porque uno de los jugadores puede estar jugando una estrategia estrictamente dominada
- ninguna de las anteriores ✓

A diferencia de la teoría de equilibrio general, no hay ninguna conexión entre Equilibrios de Nash y óptimos de Pareto (no hay nada equivalente ni al primer, no al segundo teorema del bienestar). Los equilibrios de Nash pueden ser óptimos de Pareto, o pueden que no sean óptimos de Pareto. Depende del juego.

Por ende, la respuesta es ninguna de las anteriores

9

En un juego con dos jugadores, Gabriela y Horacio, en un perfil de estrategias eficiente en el sentido de Pareto.
(5 Points)

- la estrategia de Gabriela es la mejor respuesta a la estrategia de Horacio, y la estrategia de Horacio es la mejor respuesta a la estrategia de Gabriela
- la estrategia de Gabriela es la mejor respuesta a cualquier estrategia de Horacio, y la estrategia de Horacio es la mejor respuesta a cualquier estrategia de Gabriela
- la estrategia de Gabriela maximiza la utilidad de Horacio, y la estrategia de Horacio maximiza la utilidad de Gabriela
- ninguna de las anteriores ✓

La definición de óptimos de Pareto indica que no podemos mejorar a un individuo sin empeorar a otro.

No tiene ninguna conexión con mejores respuesta. Por ende, no es la primera, ni la segunda opción.

La tercera opción no es, pues pensemos en el juego de arriba entre Ana y Beto. (M,X) y (T,Z) son ambos óptimos de Pareto, pero en uno se maximiza la utilidad de Ana, y en el otro la de Beto. No es necesario que ambos estén maximizando su utilidad simultáneamente.

3 preguntas.

Un monopolista enfrenta dos mercados, el mercado A y el mercado B. El mercado A tiene una demanda con elasticidad constante e igual a -3 y el mercado B tiene una demanda con elasticidad constante e igual a -2.

10

Comparando la situación en la cual el monopolista no puede discriminar en precios con la situación en la que si puede discriminar cobrando un precio distinto en el mercado A y el mercado B podemos asegurar que:
(5 Points)

- el monopolista prefiere la situación donde sí puede discriminar
- los consumidores del mercado A prefieren la situación donde el monopolista sí puede discriminar
- los consumidores del mercado B prefieren la situación donde el monopolista no puede discriminar
- todas las anteriores ✓

Al monopolista le va mejor discriminando siempre, entonces la primera opción es cierta.

Cuando discrimina, el precio del mercado A es menor al precio del mercado B (pues la elasticidad de A es mayor en valor absoluto. Revisen la fórmula del "mark-up" del monopolista).

El precio sin discriminación va a estar entre el precio del mercado A y el precio del mercado B (piensen en esto. No puede ser mayor al precio de A, ni menor al precio de B. La prueba se hace por contradicción).

Como el precio está entre el de A y el de B, entonces los consumidores de A enfrentan un precio mayor, y los de B un precio menor. Así que los de A prefieren que el monopolista si pueda discriminar, y los de B que no pueda.

11

Si el monopolista puede discriminar cobrando precio distinto en cada mercado y denotamos con pA y pB los precios que cobra en el mercado A y B respectivamente podemos asegurar que:
(5 Points)

(Pista: utilice las condiciones de primer orden)

- 2pA=3pB
- pB=2pA
- 4pA=3pB ✓
- 3pA=2pB

Sabemos Q'

$$\frac{P_A - C}{P_A} = -\frac{1}{\varepsilon_A} \quad \text{y} \quad \frac{P_B - C}{P_B} = -\frac{1}{\varepsilon_B}$$

$$\frac{P_A - C}{P_A} = \frac{1}{3} \qquad \frac{P_B - C}{P_B} = \frac{1}{2}$$

$$3(P_A - C) = P_A \qquad 2(P_B - C) = P_B$$

$$2P_A = 3C \qquad P_B = 2C$$

$$\frac{2P_A}{3} = C \qquad \frac{P_B}{2} = C$$

$$\frac{2P_A}{3} = \frac{P_B}{2}$$

$$\boxed{4P_A = 3P_B}$$

$$\boxed{P_A = \frac{3}{2}C \qquad P_B = 2C}$$

$$Q_A = \alpha\left(\frac{3}{2}C\right)^{-3}$$

$$Q_B = \beta(2C)^{-2}$$

12

Cuando el monopolista puede discriminar, en términos de excedente social:
(5 Points)

- existe una ineficiencia ya que en el mercado A aumentar la producción aumentaría el excedente social
- existe una ineficiencia ya que en el mercado B aumentar la producción aumentaría el excedente social
- existe una ineficiencia ya que transferir unidades del mercado A al mercado B aumentaría el excedente social
- todas las anteriores ✓

Como el monopolista discrimina, cada mercado es como un monopolio aparte. En ambos casos sabemos que hay ineficiencias, y que si aumentamos la producción entonces aumenta el exceden social. Esto hace que las primeras dos opciones sean correctas.

Adicionalmente, dadas las elasticidades, si le quitamos una unidad al mercado A y se la damos a B, aumenta el excedente total. ¿Cómo sabemos esto? Ver algebra a la derecha.

$$\to \left.\begin{aligned} Q_A(P) &= \alpha P_A^{-3} \\ Q_B(P) &= \beta P_B^{-2} \end{aligned}\right\} \text{Función de DD con elasticidad constante}$$

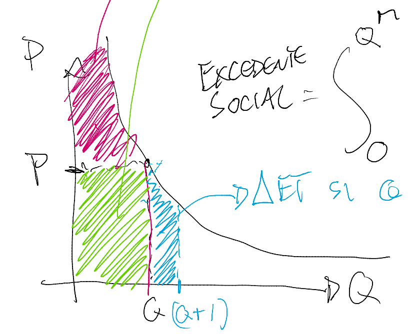
ó

$$P_A(q) = \left(q_A/\alpha\right)^{-1/3}$$

$$P_B(q) = \left(q_B/\beta\right)^{-1/2}$$

Excedente consumidor

Excedente productor



$$\text{Excedente social} = \int_0^{Q^m} P(Q)\,dq = \text{Área Rosa} + \text{Área Verde}$$

$$\Delta ET \text{ si } Q \text{ sube 1 unidad} \approx \underbrace{1}_{\text{base}} \cdot \underbrace{P}_{\text{altura}}$$

$$ET = EBS_A + EBS_B = \int_0^{Q_A^m} P_A(Q)\,dq + \int_0^{Q_B^m} P_B(Q)\,dq$$

$$\left.\frac{\partial ET}{\partial Q_B}\right|_{Q_A = -Q_B} = P_A(Q_A^m)\underbrace{(-1)}_{\text{Derivada interna}} + \underbrace{P_B(Q_B^m)}_{\text{Teo.}}$$

2 preguntas.

Considere el siguiente juego entre Ileana y Javier y responda las siguientes dos preguntas.

	Javier		
	L	C	R

Considere el siguiente juego entre Ileana y Javier y responda las siguientes dos preguntas.

		Javier		
		L	C	R
Ileana	T	(100,100)	(-20,90)	(-1,1)
	M	(90,-20)	(10,10)	(1,1)
	D	(1,-1)	(1,1)	(1,1)

13

En este juego podemos asegurar que:
(5 Points)

- En cualquier equilibrio de Nash el pago de Ileana será igual al de Javier ✓
- Por simetría del juego ambos jugadores buscan maximizar la suma de utilidades
- Existe un único equilibrio de Nash ya que los jugadores se coordinan en (T,L)
- todas las anteriores

Los equilibrios de Nash de este juego son: (T,L); (M,C), y (D,R)

En todos los equilibrios de Nash se le paga lo mismo a Ileana que a Javier. Eso indica que la primera opción es correcta.

El juego no es simétrico. Los útiles, además, reflejan preferencias y no se pueden sumar nunca. Son ordinales, no cardinales. Por ende la segunda opción no es.

Ya sabemos que hay 3 equilibrios, así que la tercera tampoco es.

14

En este juego podemos asegurar que el perfil de estrategias (D,R)
(5 Points)

- no es equilibrio de Nash pues la estrategia D está dominada débilmente para Ileana
- no es equilibrio de Nash porque si Ileana cambiara su estrategia a T la mejor respuesta de Javier sería cambiar su estrategia a L
- no es eficiente en el sentido de Pareto porque el perfil (T,L) lo domina en el sentido de Parteo ✓
- todas las anteriores

Ya sabemos que D,R si es equilibrio de Nash, así que la primera opción no es. La segunda tampoco.

No es eficiente en el sentido de Pareto, pues (T,L) le paga más a ambos. Así que (T,L) Pareto domina a (D,R)

3 preguntas.

En las siguientes tres preguntas considere 2 empresas, A y B, que compiten a la Bertrand en un mercado con demanda inversa P=200-Q. Las empresas tienen costos marginales de producción constantes e iguales a 20 y no tienen costos fijos. Considere que los precios tienen que ser números enteros.

15

Si la empresa A pone un precio igual 10, una mejor respuesta de la empresa B es poner un precio de _________; y si la empresa A pone un precio igual a 150 una mejor respuesta de la empresa B es poner un precio igual a _________.
(5 Points)

- 11; 110 ✓
- 11; 149
- 20; 149
- 21; 21

Si la empresa A pone un precio de 10, la empresa B tiene como mejor respuesta poner cualquier precio mayor (en todos los casos gana cero). No quiere poner 10 o menos, pues perdería dinero.

Si la empresa A pone un precio de 150, la empresa B quiere cobrar menos para quedarse con todo el mercado. Pero hay una única mejor respuesta, que es cobrar el precio de monopolio (que es 110).

$$\Pi_M = (200-Q)Q - 20Q$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial Q} = 200 - 2Q - 20 = 0$$

$$180 = 2Q$$

$$Q^M = 90 \Rightarrow P_M = 200 - 90 = \underline{\underline{110}}$$

16

Si la empresa A pone un precio igual a 20, una mejor respuesta de la empresa B es poner un precio igual a ________; y si la empresa B pone un precio igual a 20 entonces una mejor respuesta de la empresa A es poner un precio igual a _______.
(5 Points)

- 20; 20
- 110; 110
- 220; 220
- todas las anteriores ✓

Si la empresa A pone un precio de 20, entonces B tiene como mejor respuesta cobrar 20 o más (en todos los casos gana cero, incluso con 20 pues vendería a la mitad del mercado, pero con precio igual al costo marginal, y por ende unas ganancias de cero). No cobraría menos, pues aunque se quede con todo el mercado, perdería dinero ya que vende a un precio menor que el costo marginal. Entonces tanto 20, como 110, como 220 son mejores respuesta.

Por simetría, si B cobra 20, la mejor respuesta de A incluye 20, 110, y 220.

La respuesta entonces es todas las anteriores.

17

El perfil de estrategias pA=110, y pB=120:
(5 Points)

- es eficiente en el sentido de Pareto ya que no se puede mejorar a la empresa B sin empeorar a la empresa A ✓
- es ineficiente en el sentido de Pareto ya que la empresa B le gustaría poner un precio menor a A
- es ineficiente en el sentido de Pareto ya que los precios de las empresas deben ser iguales
- ninguna de las anteriores

En (110,120) A esta actuando como un monopolista, y obteniendo la ganancia mas alta que se puede. Por ende ya no se puede mejorar a A sin empeorar a B. Esto hace que la opción 1 sea la correcta.

$\partial Q_B \mid Q_A = -Q_B$

DERIVADA INTERNA

POR TEO FUNDAMENTAL DEL CALCULO

MUY PARECIDO A LA APROX EN AZUL

TEO. FUND. DEL CALCULO

MUY PARECIDO A LA APROX EN AZUL

$$= \frac{3}{2}c(-1) + 2c = \frac{1}{2}c > 0$$

Δ EXCEDENTE TOTAL

SI $Q_A \uparrow$ 1 UNIDAD

Y $Q_B \uparrow$ 1 UNIDAD

5 preguntas.

Karla, Luis, y Mónica trabajan en la misma oficina. Por la pandemia del coronavirus se está permitiendo que cada uno de ellos escoja cuánto tiempo trabaja en la oficina y cuánto trabajan en su casa. Denotemos con "x" las horas que trabaja Karla en la oficina, con "y" las horas que trabaja Luis en la oficina, y con "z" las horas que trabaja Mónica en la oficina. Mientras más trabajan los empleados en la oficina mayor es el riesgo de contagio con lo que las funciones de pagos de Karla, Luis, y Mónica son:

$$u_K(x,y,z) = 120x - x^2 - xy - xz$$
$$u_L(x,y,z) = 120y - y^2 - xy - yz$$
$$u_M(x,y,z) = 120z - z^2 - xz - yz$$

18

La mejor respuesta de Karla si Luis va a la oficina 15 horas y Mónica va a la oficina 25 horas es ______. La mejor respuesta de Luis si Karla va a la oficina 35 horas y Mónica va a la oficina 25 horas es ______. La mejor respuesta de Mónica si Karla va a la oficina 35 horas y Luis va a la oficina 15 horas es ______.
(5 Points)

Escriba su respuesta en formato (horas de Karla; horas de Luis; horas de Mónica)

Enter your answer

Correct answers: (40; 30; 35)

$\Rightarrow$ MEJOR RESPUESTA:

$$\frac{\partial U_K}{\partial x} = 120 - 2x - y - z = 0$$
$$\frac{120 - y - z}{2} = x = MR_K(y,z)$$

POR SIMETRIA:
$$\frac{120 - x - z}{2} = y = MR_L(x,z)$$
$$\frac{120 - x - y}{2} = z = MR_M(x,y)$$

$$MR_K(15,25) = \frac{120 - 15 - 25}{2} = 40$$
$$MR_L(35,25) = \frac{120 - 35 - 25}{2} = 30$$
$$MR_M(35,15) = \frac{120 - 35 - 15}{2} = 35$$

19

Ante un aumento de una hora en el tiempo total que Luis y Mónica van a la oficina (y+z aumenta en una hora), de acuerdo a la mejor respuesta de Karla ¿Cuánto cambiaría el tiempo (en horas) que Karla asiste a la oficina?
(5 Points)

The value must be a number

Correct answers: -0.5

$$MR_K(y,z) = \frac{120 - y - z}{2} \quad \text{vs} \quad \frac{120 - (y + z + 1)}{2} = \frac{120 - y - z}{2} - \frac{1}{2}$$

CAMBIA EN $-\frac{1}{2}$

20

En equilibrio Karla asiste ______ horas a la oficina; Luis asiste _______ horas a la oficina; y Mónica asiste ________ horas a la oficina.
(5 Points)

Escriba su respuesta en formato (horas de Karla; horas de Luis; horas de Mónica)

Enter your answer

Correct answers: (30; 30; 30)

BUSCANDO UN EQ. SIMETRICO

$$\Rightarrow x^e = y^e = z^e \Rightarrow x^e = \frac{120 - y^e - z^e}{2} \Rightarrow 2x^e = 120 - x^e - x^e$$
$$\Rightarrow 4x^e = 120$$
$$\boxed{x^e = 30 = y^e = z^e}$$

$$EN = (30, 30, 30)$$

21

Si se buscara un perfil de estrategias eficiente en el sentido de Pareto, en el cual Karla, Luis, y Mónica asisten la misma cantidad de tiempo ¿Cuántas horas debe asistir cada uno?
(5 Points)

Escriba su respuesta en formato (horas de Karla; horas de Luis; horas de Mónica)

Enter your answer

Correct answers: (20; 20; 20)

$$\max_{x,y,z} \; 120x - x^2 - xy - xz \quad \text{s.a.} \quad 120y - y^2 - xy - yz \geq \bar{U}_L$$
$$120z - z^2 - xz - yz \geq \bar{U}_M$$

$$\mathcal{L} = 120 - x^2 - xy - xz + \lambda_1(120y - y^2 - xy - yz - \bar{U}_L) + \lambda_2(120z - z^2 - xz - yz - \bar{U}_M)$$

CPO

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}: 120 - 2x - y - z + \lambda_1(-y) + \lambda_2(-z) = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}: -x + \lambda_1(120 - 2y - x - z) + \lambda_2(-z) = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z}: -x + \lambda_1(-y) + \lambda_2(120 - 2z - x - y) = 0$$

$x = y = z$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = -x + \lambda_1 (\quad)$

BUSCAMOS UN OP DONDE $x = y = z$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} &120 - 4x - \lambda_1 x - \lambda_2 x = 0 \\ &-x + \lambda_1 (120 - 4x) - \lambda_2 x = 0 \\ &-x - \lambda_1 x + \lambda_2 (120 - 4x) = 0 \end{aligned} \qquad \left\{ \begin{aligned} &-x(4 + \lambda_1 + \lambda_2) + 120 = 0 \quad (1) \\ &-x(1 + 4\lambda_1 + \lambda_2) + 120\lambda_1 = 0 \quad (2) \\ &-x(1 + \lambda_1 + 4\lambda_2) + 120\lambda_2 = 0 \quad (3) \end{aligned} \right.$$

COMBINANDO (2) Y (3)

$$\frac{1 + 4\lambda_1 + \lambda_2}{1 + \lambda_1 + 4\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\lambda_2 + \cancel{4\lambda_1\lambda_2} + \lambda_2^2 = \lambda_1 + \lambda_1^2 + \cancel{4\lambda_1\lambda_2}$$

$$\lambda_2 + \lambda_2^2 = \lambda_1 + \lambda_1^2$$

$$\lambda_2(1 + \lambda_2) = \lambda_1(1 + \lambda_1)$$

$$\lambda_2 + \lambda_2^2 = 2$$

$$\lambda_2^2 + \lambda_2 - 2 = 0$$

$$(\lambda_2 + 2)(\lambda_2 - 1) = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 1 \checkmark \quad \boxed{\cancel{\lambda_2 = -2}}$$

COMBINANDO (1) Y (2)

$$\frac{4 + \lambda_1 + \lambda_2}{1 + 4\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{1}{\lambda_1}$$

$$\cancel{4\lambda_1} + \lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 = 1 + \cancel{4\lambda_1} + \lambda_2$$

$$\lambda_1 (\cancel{1 + \lambda_2}) = \cancel{1 + \lambda_2}$$

$$\boxed{\lambda_1 = 1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_1 = \lambda_2 = 1}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{120}{4 + \lambda_1 + \lambda_2}$$

$$x = \frac{120}{6} \quad \text{ó} \quad x = \frac{120}{7}$$

$$\boxed{x = 20} \quad \text{ó} \quad \boxed{x = \frac{120}{7}}$$

$$U(20, 20, 20) = 120(20) - 3(20)^2 = 1{,}200$$

$$U\left(\frac{120}{7}, \frac{120}{7}, \frac{120}{7}\right) = 120\left(\frac{120}{7}\right) - 3\left(\frac{120}{7}\right)^2 = 1{,}175.51$$

$\Rightarrow$ OPTIMO PARETO: $(20, 20, 20)$

22

Encuentre un perfil de estrategias en el cual Luis y Mónica tengan el mismo pago que tienen en el equilibrio (pregunta 20) y en el cuál Karla obtenga el máximo pago posible.
(5 Points)

Escriba su respuesta en formato (horas de Karla; horas de Luis; horas de Mónica)

Enter your answer

Correct answers: (30; 15; 15)

QUEREMOS:

$$120z - z^2 - xz - yz = 120(30) - 3(30)^2 = 900 \Rightarrow 120z - z^2 - xz - yz = 120y - y^2 - yx - yz$$

Correct answers: (30; 15; 15)

Queremos:

$U_H(x,y,z) = U_n(30,30,30) \Rightarrow 120z - z^2 - xz - yz = 120(30) - 3(30)^2 = 900$

$U_L(x,y,z) = U_n(30,30,30) \Rightarrow 120y - y^2 - yx - yz = 120(30) - 3(30)^2 = 900$

$\Rightarrow 120z - z^2 - xz - yz = 120y - y^2 - yx - yz$

$\Rightarrow 120z - z^2 - xz = 120y - y^2 - yx$

$y^2 - z^2 + 120(y-z) + x(y-z) = 0$

$(y-z)(y+z) + 120(y-z) + x(y-z) = 0$

$(y-z)(y+z+120+x) = 0$

$\boxed{y=z}$ ó $\cancel{y+z+120+x=0}$

x, y ó z tendrian q' ser negativos

Como $z=y$

$\Rightarrow 120z - z^2 - zx - z^2 = 900$

$120z - 2z^2 - zx = 900$

$\max_{x,z} \; 120x - x^2 - 2xz$ s.a $\boxed{120z - 2z^2 - zx = 900}$

CPO: $\boxed{\text{OPCION 1}}$

$x: \; 120 - 2x - 2z + \lambda(-z) = 0$

$z: \; -2x + \lambda(120 - 4z - x) = 0$

$$\frac{120-2x-2z}{-2x} = \frac{-z}{120-4z-x}$$

$$\frac{x+z-60}{x} = \frac{-z}{120-4z-x}$$

$120x + 120z - 60(120) - 4zx - 4z^2 + 4(60)z - x^2 - \cancel{xz} + 60x = -\cancel{zx}$

$\boxed{180x + 360z - 4zx - 4z^2 - x^2 - 60(120) = 0}$

Restriccion $120z - 2z^2 - zx = 900$

$240z - 4z^2 - 2zx = 1800$

$180x + 120z - 2zx - x^2 - 60(120) + \underbrace{(240z - 4z^2 - 2zx)}_{\text{restriccion}=1800} = 0$

$\boxed{\text{OPCIÓN 2 (MEJOR ESTA)}}$

$\Rightarrow x = \frac{120z - 2z^2 - 900}{z} = 120 - 2z - \frac{900}{z}$

MAX $120\left(120 - 2z - \frac{900}{z}\right) - \left(120 - 2z - \frac{900}{z}\right)^2 - 2\left(120z - 2z^2 - 900\right)z$

CPO

$120\left(-2 + \frac{900}{z^2}\right) - 2\left(120 - 2z - \frac{900}{z}\right)\left(-2 + \frac{900}{z^2}\right) - 2(120 - 4z)$

$-240 + \frac{120(900)}{z^2} + \left(120 - 2z - \frac{900}{z}\right)\left(4 - \frac{1800}{z^2}\right) - 240 + 8z = 0$

$240 + \frac{120(900)}{z^2} + 120\cdot 4 - \frac{120(1800)}{z^2} - 8z + \frac{z(1800)}{z^2} - \frac{900(4)}{z} + \frac{900(1800)}{z^3} - 240 + 8z = 0$

$$-\frac{900(120)}{z^2} + \frac{900(1800)}{z^3} = 0$$

$1800 - 120z = 0$

$15 - z = 0$

$\boxed{z = 15}$

$\Rightarrow x = 120 - 2(15) - \frac{900}{15}$

$$180X + 120Z - 2ZX - X^2 - 60(120) + (\underbrace{240Z - 4Z^2 - 2ZX}_{\text{RESTRICCION}=1800}) = 0$$

$$\Rightarrow 180X + 120Z - 2ZX - X^2 - 60(120) + 1800 = 0$$

$$180X + 120Z - 2ZX - X^2 - 5400 = 0$$

↳ Solucionar esto es Dificil (Ver otra Derivación)
pero $x = 30,\ z = 15$ Cumple

$$\rightarrow -X^2 + X(180 - 2Z) + 120Z - 5400$$

$$X = \frac{2Z - 180 \pm \sqrt{(180-2Z)^2 + 4(120Z - 5400)}}{-2}$$

$$X = 90 - Z \pm \sqrt{180^2 - 720Z + 4Z^2 + 480Z - 5400(4)} \,/\, 2$$

$$x = 90 - Z \pm \sqrt{4Z^2 - 240Z + 10800} \,/\, 2$$

Factorize un 2

$$X(Z) = 90 - Z \pm \sqrt{Z^2 - 60Z + 2700}$$

Si $Z = 15 \rightarrow X = 30$

$$\Rightarrow X = 120 - 2(15) - \frac{900}{15}$$

$$x = 120 - 30 - 60$$

$$\boxed{x = 30}$$