Repaso Final B

Tuesday, May 11, 2021 [illegible]

2. (20 puntos) Considere el siguiente juego entre dos personas A y B. Cada persona tiene que decidir cuánto dinero x_i [illegible] invierte en cierta actividad. Los pagos de cada persona dependen no solo del dinero que él invierte sino que también depende del dinero que el otro invierte. Los pagos están dados por $u_A(x_A, x_B) = x_A^{1/2}x_B - x_A$ y los pagos de la persona B están dados por $u_B(x_A, x_B) = x_B^{1/2}x_A - x_B$. La decisión de cuánto invertir la toman simultáneamente sin observar la inversión del otro al escoger la suya.

(a) (10 puntos) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego y para cada uno de ellos diga si es eficiente en el sentido de Pareto o no.

(b) (15 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos $t = 1, 2$. En el primer periodo [illegible] equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

(c) (5 puntos) Suponga que este juego se repite dos periodos $t = 1, 2$. En el primer periodo [illegible] ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

(d) [illegible] ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio perfecto en subjuegos? Muestre su razonamiento.

(a) $\max_{x_A} \; x_A^{1/2}x_B - x_A$

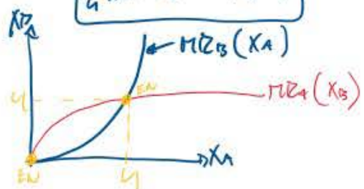
$\frac{\partial U_A}{\partial x_A} = \frac{1}{2} x_B x_A^{-1/2} - 1 = 0$

$\frac{1}{2} x_B = x_A^{1/2}$

$\boxed{\frac{1}{4} x_B^2 = x_A = MR_A(x_B)}$

B es simétrico

$\boxed{\frac{1}{4} x_A^2 = x_B = MR_B(x_A)}$



EQ. Simétrico $x_A = x_B = x^*$

$\frac{1}{4} x^{*2} = x^*$

$\frac{1}{4} x^2 - x = 0$

$x\left(\frac{1}{4}x - 1\right) = 0$

$x = 0$ ó $x = 4$

$EN = \overset{x_A, x_B}{(0,0)} \rightarrow U_A = U_B(0,0) = 0$

$EN = \overset{x_A, x_B}{(4,4)} \rightarrow U_A = U_B(4,4) = 4$

$U_B = U_A(2,2) = 0.82$

$U_B = U_A(8,8) = 14.62$

(B) $\boxed{T=1}$

$\left\{ \boxed{V_{ND} \geq V_D} \right\}$

$V_{ND} = U(9,9) + \delta U(4,4) = \underline{18} + \delta 4$

$V_D = U(\cdot, \underline{9}) + \delta U(0,0)$

$\frac{1}{4} 9^2 = MR_A(9) = \frac{81}{4}$

$= U\left(\frac{81}{4}, 9\right) + \delta U(0,0)$

$= \underline{20.25} + \delta(0)$

$V_{ND} \geq V_D$

$$18+4\delta \geq 20.25$$

$$\cancel{4\delta \geq 2.25}$$

$$\boxed{\delta \geq \frac{2.25}{4} = 0.5625}$$

(c) $\boxed{T=1}$

$$V_{ND} = U(100,100) + \cancel{\delta U(0,0)}^{\to 0} = U(100,100).$$

$$V_D = U(\cdot\,, 100) + \cancel{\delta U(0,0)}^{\to 0} = U(2500, 100).$$

$$\boxed{MR(100) = \frac{1}{4}100^2 = 2{,}500} \qquad X_A^{1/2}X_B - X_A$$

$$\boxed{V_D > V_{ND}} \Longrightarrow \text{No es EPS.}$$

(d) No, en $\boxed{T=2}$ no es E.N.

XVIII. Consideren el juego siguiente representado de forma normal.

		Jugador 2		
		a	B	C
Jugador 1	A	1,1	0,0	0,0
	B	0,0	4,4	0,5
	C	0,0	5,0	3,3

Denotamos el juego arriba con *J*. Consideren ahora el juego siguiente: en el periodo 1 los dos jugadores juegan *J*. En el periodo 2, los jugadores observan las acciones tomadas en el periodo 1 y juegan *J* de nuevo. El pago <u>máximo</u> que puede obtener el jugador 1 en un equilibrio perfecto en los subjuegos es:

a) ~~4.~~
b) ~~6.~~
$\boxed{\text{c) } 7.}$ ✓
d) 8.

$\boxed{\delta = 1}$

2 EN S $= \{ (A,a), (C,C) \}$

$$S = \begin{cases} (B,B) & \text{EN } t=1 \\ t=2 \begin{cases} (C,C) & \text{SI } (B,B) \; t=1 \\ (a,a) & \text{EN OTRO CASO} \end{cases} \end{cases}$$

$$V^1_{ND} = U(B,B) + \delta U(C,C) = 4+3=7, \quad \delta = 1$$

$$V^1_D = U(C,B) + \delta U(a,a) = 5+1=6, \quad \delta = 1$$

$$\boxed{V_{ND} \geq V_D} \checkmark$$

EPS $= S$

$$V^2_{ND} = 4+3=7$$

$$V^2_D = U(B,C) + U(a,a) = 5+1=6$$

$$\hat{S} = \begin{cases} (C,B) & \text{EN } t=1 \\ t=2 \begin{cases} (C,C) & \text{SI } (C,B) \text{ EN } t=1 \\ (a,a) & \text{EN OTRO CASO} \end{cases} \end{cases}$$

$$t=2 \begin{cases} (c,c) & \text{si } (c,b) \text{ en } \dots \\ (a,a) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

1

$$V_{ND} = U(c,B) + U(c,c) = 5+3 = 8$$

$$V_D = U(B,B) + U(a,a) = 4+1 = 5$$

$$V_{ND} > V_D \quad \checkmark$$

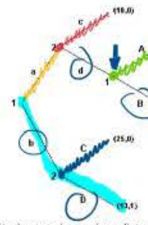
2

$$V_{ND} = U_2(c,B) + U_2(c,c) = 0 + 3 = 3$$

$$V_D = U_2(c,c) + U_2(a,a) = 3+1 = 4$$

$$\boxed{V_D > V_{ND}}$$

IX. En el siguiente juego, primero mueve el jugador 1, sigue el jugador 2 y el juego termina, excepto en la historia (a,d) en la que juega el jugador 1 por segunda y última vez.



a. Según la definición de estrategia en un juego dinámico, indica cuántas y cuáles son las estrategias del jugador 1 y del jugador 2 en este juego.
b. Encuentra el equilibrio perfecto en subjuegos, indicando claramente 3 cosas: el perfil de estrategias que define ese equilibrio, los pagos de equilibrio para ambos jugadores y la senda (secuencia de acciones) de equilibrio.
c. Primero, escribe este juego en forma de matriz. Segundo, encuentra todos los equilibrios de Nash de este juego.
d. Algunos de los equilibrios de Nash no son perfectos en los subjuegos. Explica claramente por qué.

a ó b (2) × A ó B (2) = 4 ESTRATEGIAS

$S_1 = \{(\ ,\ )\} = \{aA, aB, bA, bB\}$

$S_2 = \{(\ ,\ )\} = \{cC, cD, dC, dD\}$

EPS = $\{S_1 = bB, S_2 = dD\}$

PAGOS EQ = (13, 1)

SENDA DE EQ $S_1 \to b$, $S_2 \to D$

	cC	cD	dC	dD
aA	18,0	18,0	5,−1	5,−1
aB	18,0	18,0	7,1	7,1
bA	25,0	13,1	25,0	13,1
bB	25,0	13,1	25,0	13,1

EN = {(aA, cD), (bA, dD), (bB, dD)}

d) (aA, cD) → A NO ES AMENAZA CREIBLE

(bA, dD) → A NO ES AMENAZA CREIBLE.