Repaso Parcial 1B

Thursday, February 18, 2021 2:23 PM

Considere una economía de intercambio con dos personas A y B y dos bienes X e Y. La persona A cuenta con una dotación de 395 unidades de X y 245 unidades de Y mientras que la persona B cuenta con una dotación de 105 unidades de X y 255 unidades de Y. La función de utilidad de A es $u_A(x_A, y_A) = x_A y_A$ y la función de utilidad de B es $u_B(x_B, y_B) = \boxed{x_B^2 y_B^2}$.

Equivalente $\rightarrow U_B = X_B Y_B$

En esta economía la asignación $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B) = (200, 200), (200, 200)\}$:

- ○ es eficiente en el sentido de Pareto pero no es la asignación de equilibrio.
- ○ no es eficiente en el sentido de Pareto pero es la asignación de equilibrio.
- ○ es eficiente en el sentido de Pareto y es la asignación de equilibrio.
- ● no es eficiente en el sentido de Pareto y no es la asignación de equilibrio. ✓

Pues $200+200$ Consumo X $<$ Dotación

Si asignación fuera: $A=(250,250)$ $B(250,250)$ Optimo Pareto ✓

O.P.

$$\max_{X_A, X_B, Y_A, Y_B} X_A Y_A \quad s.a \quad X_B^2 Y_B^2 \geq \bar{U} \rightarrow \boxed{X_B Y_B} \geq \bar{U}$$

$$X_A + X_B \leq 395 + 105 \rightarrow X_B + X_A = 500$$

$$Y_A + Y_B \leq 245 + 255 \rightarrow Y_B + Y_A = 500$$

$$\rightarrow \max X_A Y_A \quad s.a \quad \underbrace{(500 - X_a)}_{X_B}\underbrace{(500 - Y_A)}_{Y_B} \geq \bar{U}$$

$$\mathcal{L}: X_A Y_A + \lambda\left((500 - X_a)(500 - Y_a) - \bar{U}\right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_a} = Y_a + \lambda\left((500 - Y_a)(-1)\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_a} = X_a + \lambda\left((500 - X_a)(-1)\right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{Y_a}{X_a} = \frac{500 - Y_a}{500 - X_a}}$$

$\rightarrow$ Probamos

$$\frac{250}{250} \boxed{=} \frac{500 - 250}{500 - 250} \rightarrow \text{Se Cumple}$$

Equilibrio

1) $\max_{X_i, Y_i} X_i Y_i$ s.a. $\underbrace{P_x X_i + P_y Y_i}_{\text{Gasto}} \leq \underbrace{\boxed{W_x^i} P_x + \boxed{W_y^i} P_y}_{\text{Ingreso}}$

$$\mathcal{L} = X_i Y_i + \lambda\left(W_x P_x + W_y P_y - P_x X_i - P_y Y_i\right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_i} = Y_i - \lambda P_x = 0 \Rightarrow \frac{Y_i}{X_i} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_i} = X_i - \lambda P_y = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial Y} = X_i - \lambda P_y = 0$$

$$Y_i = \frac{P_x \cdot X}{P_y}$$

$$w_x P_x + w_y P_y = P_x X + \cancel{P_y}\underbrace{\left(\frac{P_x X}{\cancel{P_y}}\right)}_{Y}$$

$$w_x P_x + w_y P_y = 2 P_x X$$

$$\boxed{X_i^D = \frac{w_x P_x + w_y P_y}{2 P_x}}$$

$$X_A^D = \frac{395 P_x + 245 P_y}{2 P_x} \Rightarrow X_A (P_x = P_y) = \frac{395}{2} + \frac{245}{2} = \frac{640}{2} = 320$$

$$X_B^D = \frac{105 P_x + 255 P_y}{2 P_x}$$

$$\neq$$

$\boxed{\text{No es } 250!}$

2) MCDOS VACIEN:

$$\underbrace{X_A^D + X_B^D}_{\Rightarrow} = \underbrace{395 + 105}_{500}$$

$$\frac{395 P_x + 245 P_y + 105 P_x + 255 P_y}{2 P_x} = 500$$

$$\frac{500 P_x + 500 P_y}{2 P_x} = 500$$

$$500 P_x + 500 P_y = 1000 P_x$$

$$500 P_y = 500 P_x$$

$$\boxed{P_y = P_x}$$

$\boxed{TMS^A_{Y,Z} = TMS^B_{Y,Z}}$

$TMS^A_{X,Y} = TMS^B_{X,Y}$ || $TMS^A_{X,Z} = TMS^B_{X,Z}$

MAX U_A s.a $U_B \geq \bar{U}$

FACTIBLE

2. Considere una economía de intercambio puro con dos personas A y B y tres bienes X, Y, Z. Las personas tienen gustos representados por las funciones de utilidad $U_A(X_A, Y_A, Z_A) = X_A^2 Y_A Z_A$, $U_B(X_B, Y_B, Z_B) = X_B Y_B^2 Z_B$. La dotación para A es de (90, 0, 100) y la dotación de B es de (0, 90, 100). Una asignación eficiente en el Sentido de Pareto es:

a) $(X_A, Y_A, Z_A) = (80, 20, 100)$, $(X_B, Y_B, Z_B) = (20, 80, 100)$ → NO ES FACTIBLE (MIRA X, X).
b) $(X_A, Y_A, Z_A) = (20, 80, 125)$, $(X_B, Y_B, Z_B) = (80, 20, 75)$ → " " "
c) $(X_A, Y_A, Z_A) = (60, 30, 100)$, $(X_B, Y_B, Z_B) = (30, 60, 100)$
d) $(X_A, Y_A, Z_A) = (30, 60, 100)$, $(X_B, Y_B, Z_B) = (60, 30, 100)$

ARBITRARIA

$$\text{MAX } X_A^2 Y_A Z_A \quad \text{s.a} \quad X_B Y_B^2 Z_B \geq \bar{U}$$

$X_A + X_B \leq 90 \rightarrow X_B = 90 - X_A$

$Y_A + Y_B \leq 90 \rightarrow Y_B = 90 - Y_A$

$Z_A + Z_B \leq 200 \rightarrow Z_B = 200 - Z_A$

$$\text{MAX } X_A^2 Y_A Z_A \quad \text{s.a} \quad (90 - X_a)(90 - Y_a)^2(200 - Z_a) \geq \bar{U}$$

$$\mathcal{L} = X_a^2 Y_A Z_A + \lambda\left((90 - X_a)(90 - Y_a)^2(200 - Z_a) - \bar{U}\right)$$

(1) $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_A} = 2X_A Y_A Z_A + \lambda\left((90 - Y_a)^2(200 - Z)(-1)\right) = 0$$

(2) $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_A} = X_a^2 Z_A + \lambda\left((90 - X_a)(200 - Z_a)2(90 - Y_A)(-1)\right) = 0$$

(3) $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Z_a} = X_a^2 Y_a + \lambda\left((90 - X_a)(90 - Y_a)^2(-1)\right) = 0$$

(1) Y (2)

$$\frac{2X_a Y_a \cancel{Z_a}}{X_a^{\cancel{2}} \cancel{Z_a}} = \frac{(90 - Y_a)^{\cancel{2}}\cancel{(200 - Z)}}{(90 - X_a)\cancel{(200 - Z_a)}(2)\cancel{(90 - Y_a)}}$$

$$\boxed{\frac{2Y_a}{X_a} = \frac{90 - Y_a}{(90 - X_a)(2)}}$$

c) $\frac{2 \cdot 30}{60}$ $\square$ $\frac{90 - 30}{(90 - 60)(2)}$

1 $\boxed{=}$ $\frac{60}{60} = 1$

d) $2 \cdot 60$ $\square$ $90 - 60$

d) $\frac{2\cdot 60}{30}$ $\square$ $\frac{3}{0}$ $\quad \frac{90-60}{(90-30)(2)}$

$\frac{120}{30}$ $\square$ $\frac{30}{120}$

NO IGUAL

1. (30 puntos) Considere dos monopolios que cada uno vende un producto distinto (llamemos los productos 1 y 2). El monopolio que vende producto 1 tiene un costo de producción $CT_1(q_1) = 10q_1$ y el monopolio que vende el producto 2 tiene un costo de producción $CT_2(q_2) = 25q_2$. La demanda del producto 1 depende únicamente de el precio del producto y está dada por $q_1(p_1) = 110 - p_1$. La demanda del producto 2 depende del precio del producto 2 y de la cantidad que se vende del producto 1 y está dada por la función $q_2(q_1, p_2) = 100 + \frac{1}{2}q_1 - p_2$ (mientras más unidades vendan del producto 1 mayor demanda tendrá el producto 2).

   (a) (10 puntos) Escriba el problema de maximización del monopolista del producto 1 y encuentre el precio, cantidad, ganancias, excedente del productor, excedente del consumidor y costo en bienestar social en este mercado. Grafique su respuesta.

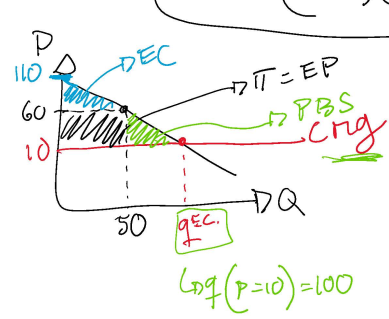
$$\max_{P_1} \Pi_1 = \underbrace{(110-P_1)}_{q_1}(P_1) - 10\underbrace{(110-P_1)}_{q_1}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P_1} = 110 - 2P_1 + 10 = 0$$

$$120 = 2P_1$$

$$\boxed{P_1^* = 60} \quad \boxed{q_1^* = 50}$$

$$\Pi_1^* = (110-P_1)(P_1-10)$$
$$= (50)(50) = 2500$$



$$EC = (110-60)\underbrace{(50)}_{h}\frac{1}{2}$$
$$= \boxed{\frac{2500}{2}}$$

$$PBS = \underbrace{(100-50)}_{b}\underbrace{(50)}_{h}\frac{1}{2}$$
$$= 2500$$

$$= \frac{2500}{2}$$

(b)

(b) (10 puntos) Dada la cantidad que encontró en el inciso anterior escriba el problema de maximización del monopolista 2 y encuentre el precio, cantidad, ganancias, excedente del productor, excedente del consumidor y costo en bienestar social en este mercado. Grafique su respuesta.

$$q_2(P_2, q_1) = 100 + \frac{1}{2} q_1 - P_2$$

$$\boxed{\text{si } q_1^m = 50} \Longrightarrow \boxed{q_2 = 100 + 25 - P_2 = 125 - P_2}$$

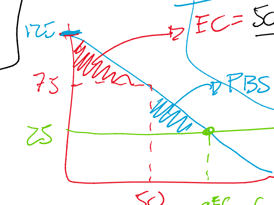
$$\Pi_2 = \underbrace{(125 - P_2)}_{q_2} \underbrace{(P_2 - 25)}_{\text{MARGEN}} = \underbrace{(125-P_2)}_{q_2}(P_2) - 25\underbrace{(125-P_2)}_{q_2}$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial P_2} = -1(P_2 - 25) + (125 - P_2)(1) = 0$$

$$150 = 2P_2$$

$$\boxed{P_2^m = 75} \qquad \boxed{\Pi_2^m = 50^2 = 2500}$$

$$\boxed{q_2^m = 50}$$



$$EC = \frac{50(50)}{2} = \frac{2500}{2}$$

$$PBS = \frac{50(50)}{2} = \frac{2500}{2}$$

$$q^{EC} = q(25) = 100$$

(c) (10 puntos) Ahora suponga que los dos monopolistas se fusionan (se convierten en una sola empresa) y que esta empresa es monopolista en ambos mercados. Escriba el problema de maximización del monopolista fusionado si escoge la cantidad de producto 1 y producto 2 que produce si su objetivo es maximizar los beneficios totales (beneficios que obtiene pro las ventas del producto 1 y por las ventas del producto 2) y encuentre los precios y cantidades que vendería esta empresa fusionada.

$$\max_{P_1, P_2} \Pi_1 + \Pi_2 = \underbrace{(110 - P_1)(P_1 - 10)}_{\Pi_1} + \underbrace{\left(100 + \frac{1}{2}(110 - P_1) - P_2\right)(P_2 - 25)}_{\Pi_2}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P_1} = -1(P_1 - 10) + (110 - P_1)(1) - \frac{1}{2}(P_2 - 25) = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P_2} = -1(P_2 - 25) + \left(100 + \frac{1}{2}(110 - P_1) - P_2\right)(1) = 0$$

$$120 - 2P_1 \boxed{-\frac{1}{2}} P_2 + \frac{25}{2} = 0$$

$$120 - 2P_1 \boxed{-\tfrac{1}{2}} P_2 + \frac{25}{2} = 0$$

$$125 \boxed{-2} P_2 + 55 - \frac{P_1}{2} = 0 \quad ①$$

$$x(-4) \quad -480 + 8P_1 + 2P_2 - 50 = 0 \quad ②$$

$$(-480 + 125 + 55 - 50) + (\cancel{-2P_2} + \cancel{2P_2}) + 8P_1 - \frac{P_1}{2} = 0$$

$$-350 + \frac{15}{2}P_1 = 0$$

$$350 = \frac{15}{2}P_1$$

$$\frac{700}{15} = P_1$$

$$\boxed{\frac{140}{3} = P_1}$$

$$\boxed{q_1 = 110 - \frac{140}{3} = \frac{190}{3}}$$

$$2P_2 = 50 + 480 - 8P_1$$

$$P_2 = \frac{530 - 8P_1}{2} = 265 - 4P_1$$

$$P_2 = 265 - 4\left(\frac{140}{3}\right)$$

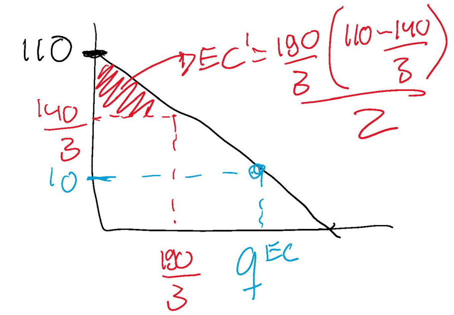
$$\boxed{P_2 = \frac{235}{3}}$$

$$q_2 = 100 + \frac{1}{2}q_1 - P_2$$

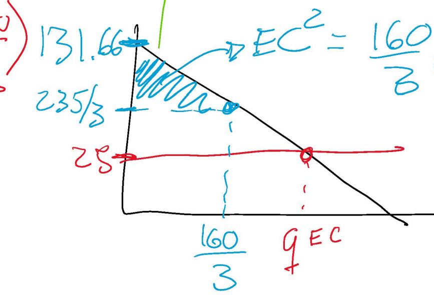
$$q_2 = 100 + \frac{190}{6} - \frac{235}{3}$$

$$q_2 = 100 + \frac{95}{3} - \frac{235}{3}$$

$$\boxed{q_2 = \frac{160}{3}}$$

① 

$$EC^1 = \frac{\frac{190}{3}\left(110 - \frac{140}{3}\right)}{2}$$

② 

$$100 + \frac{1}{2}q_1 - P_2$$

$$100 + \frac{1}{2}\left(\frac{190}{3}\right) - P_2$$

$$q_2 = 131.66 - P_2$$

$$EC^2 = \frac{\frac{160}{3}\left(131.66 - \frac{235}{3}\right)}{2}$$

$$\Pi^T = \underbrace{(110 - P_1)(P_1 - 10)}_{\Pi_1} + \underbrace{\left(100 + \tfrac{1}{2}(110 - P_1) - P_2\right)(P_2 - 25)}$$

$$2322.22 + 2844.44$$

$$= \boxed{5166.66}$$

$$EC^1 = 2005.545$$
$$EC^2 = 1422.045$$

(d) (5 puntos extras) ¿Desde el punto de vista social conviene la fusión de estas empresas? Justifique su respuesta.

$$ES^{\text{sin fusion}} = \boxed{\underbrace{2500}_{\Pi^1} + \underbrace{2500}_{\Pi^2}}_{5000} + \underbrace{\boxed{\frac{2500}{2}}}_{EC^1} + \underbrace{\boxed{\frac{2500}{2}}}_{EC^2}_{2500} = 7{,}500$$

$$ES^{\text{con fusion}} = 5166.66 + 2005.545 + 1422.045 = 8{,}594.25$$