Repaso Parcial 1C

Tuesday, February 23, 2021 2:21 PM

2. Considere una economía con producción de dos bienes de consumo $\{X, Y\}$ y dos insumos $\{L, K\}$. En esta economía el bien X se produce utilizando únicamente trabajo de acuerdo a la función de producción $f_X(l_X) = 50{l_X}^{0.5}$, y el bien Y se produce utilizando únicamente capital de acuerdo a la función $f_Y(k_Y) = 20{k_Y}^{0.5}$. En esta economía hay un solo consumidor con función de utilidad $u(x, y) = xy$, el consumidor tiene 1 unidad de trabajo y 100 de capital las cuales ofrece inelásticamente (el consumo de tiempo y capital no afectan su bienestar).

$$\boxed{\begin{array}{l} TMST^X = \text{NO Def} \\ TMST^Y = \text{NO Def} \end{array}}$$

(a) (7 puntos) Grafique la frontera de posibilidades de producción entre bien X y bien Y de esta economía.

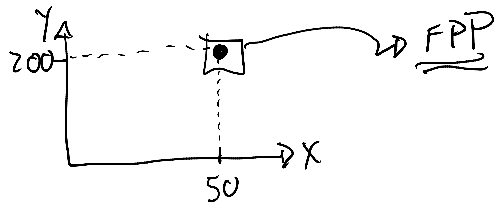
$$\text{MAX } f_x(l_x) = 50 l_x^{0.5} \quad \text{s.a} \quad f_Y(k_Y) \geq \bar{Y}$$

$$20 k_Y^{0.5} \geq \bar{Y}$$

$$\left.\begin{array}{l} l_x \leq 1 \\ k_Y \leq 100 \end{array}\right\} \text{FACTIBLE}$$

$$l_x = 1 \rightarrow f_x(1) = 50(1)^{1/2} = 50$$

$$K_Y = 100 \rightarrow f_Y(100) = 20(100)^{1/2} = 200$$



(b) (8 puntos) Argumente que en equilibrio el precio de X es cuatro veces el precio de Y.

$$\boxed{TMS_{x,y} = \frac{P_x}{P_Y}} \quad \text{EN EQ.}$$

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{P_x}{P_Y} =$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$200 = \frac{P_X}{} \Rightarrow \quad 4 = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \boxed{4P_Y = P_X}$$

X ''

$$\frac{200}{50} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow 4 = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \boxed{4 P_Y = 1 X}$$

→ POR 1ER TEO BIENESTAR
EQ. ES UN O.P.
⇒ EQ TIENE Q' ESTAR SOBRE FPP

5. Considere una economía de intercambio puro con dos agentes y dos bienes y cada agente tiene función de utilidad estrictamente monótona. Con precios $p_X = 10$ y $p_Y = 5$ existe un exceso de demanda del bien X de 30 unidades. Con esta información podemos asegurar que con estos precios en el mercado del bien Y hay:

(a) un exceso de oferta de 30 unidades en el mercado de Y

(b) un exceso de oferta de 15 unidades en el mercado de Y

(c) un exceso de demanda de 15 unidades en el mercado de Y

(d) un exceso de oferta de 60 unidades en el mercado de Y***

$P_X = 10$
$P_Y = 5$
$Z_X = 30$

$P \cdot Z = 0$ → LEY WALRAS
↳ PROD. PUNTO
$\sum_{i=1}^{K} P_i Z_i = 0$

$$\underbrace{10 \cdot 30}_{X} + 5 \cdot Z_Y = 0$$

$$\boxed{Z_Y = \frac{-300}{5} = -60}$$

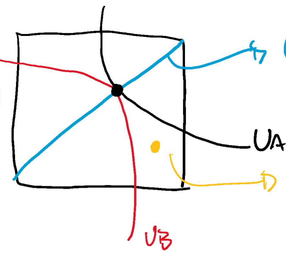
EXCESO OFERTA DE 60 UNIDADES DE Y

7. Considere una economía de intercambio con dos agentes A y B y dos bienes X, Y. Los consumidores tienen gustos que se pueden representar con funciones de utilidad estrictamente monótonas y estrictamente cuasicóncavas. Si en esta economía la asignación $(X^*_A, Y^*_A), (X^*_B, Y^*_B)$ es eficiente en sentido Pareto y denotamos $(X'_A, Y'_A), (X'_B, Y'_B)$ una asignación factible, entonces podemos asegurar que:

a) Si $U_A(X'_A, Y'_A) < U_A(X^*_A, Y^*_A)$ entonces $U_B(X'_B, Y'_B) > U_B(X^*_B, Y^*_B)$
b) Si $U_B(X'_B, Y'_B) < U_B(X^*_B, Y^*_B)$ entonces $U_A(X'_A, Y'_A) > U_A(X^*_A, Y^*_A)$
c) Si $U_A(X'_A, Y'_A) > U_A(X^*_A, Y^*_A)$ entonces $U_B(X'_B, Y'_B) < U_B(X^*_B, Y^*_B)$
d) todas las anteriores

(*) ES UN O.P. → NO PUEDE SER ¿ $U_A(') > U_A(*)$, $U_B(') > U_B(*)$)

SI NO FUERA ASI ⇒ (') DOMINARIA a (*)



→ NO ES a) NI LA b) (NI LA d)

4. Considere en una economía de intercambio puro entre cinco personas. Si partiendo de la asignación de equilibrio nos movemos a otra asignación factible en la cuál la persona A está mejor entonces podemos asegurar que:

(a) al menos otra persona está mejor
(b) todas las demás personas están peor
(c) al menos otra persona está peor
(d) ninguna de las anteriores

→ (1ER TEO BIENESTAR ↳ EQ ES UN O.P.)

3 preguntas. Considere una economía con producción y dos consumidores A y B, cada uno con función de utilidad estrictamente monótona y estrictamente cuasicóncava que denotamos $u_i(x_i, y_i)$. El consumidor A no tiene dotación de X ni de Y, cuenta con 1 unidad de tiempo y con 100 unidades de capital. El consumidor B no tiene dotación de X ni de Y, cuenta con 1 unidad de tiempo y con 50 unidades de capital. El bien X se produce utilizando trabajo y capital de acuerdo a la función $f_X(l_X, k_X)$. El bien Y se produce utilizando trabajo y capital de acuerdo a la función $f_Y(l_Y, k_Y)$. $UMgZ^i(x_i, y_i)$ denota la utilidad marginal de la persona $i \in \{A, B\}$ por el bien $Z \in \{X, Y\}$, $PMgJ^X(l_X, k_X)$ el producto marginal del insumo $J \in \{L, K\}$ en la producción de X, y $PMgJ^Y(l_Y, k_Y)$ el producto marginal del insumo $J \in \{L, K\}$ en la producción de Y. El consumidor A es dueño de ambas empresas. La asignación $(x^*_A, y^*_A), (x^*_B, y^*_B), (l^*_X, k^*_X), (l^*_Y, k^*_Y)$ es la asignación de equilibrio con precios de equilibrio (p^*_X, p^*_Y, w^*, r^*).

5. En esta asignación de equilibrio, se cumple que:

(a) ~~$UMgX^A(x^*_A, y^*_A) = P^*_X$~~
(b) $UMgY^A(x^*_A, y^*_A) = UMgY^B(x^*_B, y^*_B)$
(c) $\frac{UMgY^A(x^*_A, y^*_A)}{UMgX^A(x^*_A, y^*_A)} = \frac{UMgY^B(x^*_B, y^*_B)}{UMgX^B(x^*_B, y^*_B)} = \boxed{\frac{p^*_X}{p^*_Y}}$ $\boxed{\frac{P_Y}{P_X}}$
(d) todas las anteriores

$\frac{\partial U}{\partial X} = P_X \rightarrow \frac{\text{ÚTILES}}{X} \neq \frac{\$}{X}$

$\frac{\partial U^A}{\partial Y} = \frac{\partial U^B}{\partial Y} \Rightarrow \frac{\text{ÚTILES A}}{Y} \neq \frac{\text{ÚTILES B}}{Y}$

$\frac{\partial U^A/\partial Y}{\partial U^A/\partial X} = \frac{\partial U^B/\partial Y}{\partial U^B/\partial X} = \frac{P_X}{P_Y}$

$\frac{\text{ÚTILES A}/Y}{\text{ÚTILES A}/X} = \frac{X}{Y}$ $\quad \left(\frac{\text{ÚTILES B}/Y}{\text{ÚTILES B}/X}\right) = \frac{X}{Y}$ $\quad \left(\frac{\$/X}{\$/Y}\right) = \frac{Y}{X}$

NINGUNA DE LAS ANTERIORES

Pregunta 5 2.5 / 5 pts

Considere una economía de intercambio con dos personas A y B y dos bienes X e Y. La persona A cuenta con una dotación de $\bar{x}_A$ unidades de X y $\bar{y}_A$ unidades de Y mientras que la persona B cuenta con una dotación de $\bar{x}_B$ unidades de X y $\bar{y}_B$ unidades de Y. Ambas personas tienen función de utilidad estrictamente monótona y $\boxed{\text{estrictamente cuasicóncava}}$. Si en esta economía tenemos que $TMS_A(\bar{x}_A, \bar{y}_A) > TMS_B(\bar{x}_B, \bar{y}_B)$ entonces en la asignación de equilibrio la persona A será $\boxed{\text{compradora}}$ de X y los precios relativos de equilibrio $\frac{p_X}{p_Y}$ serán $\boxed{\text{mayores}}$ que $TMS_A(\bar{x}_A, \bar{y}_A)$.

Respuesta 1:

¡Correcto! compradora

Respuesta 2:

Respuesta correcta menores

Respondido mayores

$$TMS^A_{X,Y}(\bar{X}_A, \bar{Y}_A) > TMS_{X,Y}(\bar{X}_B, \bar{Y}_B)$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{compradora}}$ ó vendedora

$\Rightarrow$ mayores ó $\boxed{\text{menores}}$

$$\underline{TMS^A(\bar{x}, \bar{y})} = 2 > \underline{TMS^B(\bar{x}, \bar{y})} = 1$$

2y por 1x 1x ~~por~~ 1y

x → y

B da 1 x a A || A da 1 y a B

A da 2y a B || B da 1 x a A

$\Rightarrow$ B mas feliz A sea indif. || $\Rightarrow$ A esta mas feliz B es indif.

$\Rightarrow$ Intercambios hasta

Q $TMS^A(x^*, y^*) = TMS^B(x^*, y^e) = \frac{P_x}{P_y}$

$\frac{P_x}{}$ $(TMS^A(x^*, y^*) < TMS^A(\bar{x}, \bar{y}))$

$$\boxed{\frac{P_x}{P_y}} = TMS^A(x^*, y^*) < TMS^A(\bar{x}, \bar{y})$$

$$TMS^B(x^*, y^*) > TMS^B(\bar{x}, \bar{y})$$

2. (30 puntos) Considere una economía con 2 consumidores $\{A, B\}$, cada uno tienen preferencias sobre ocio H y consumo de un bien C dadas por las funciones de utilidad $u_A(c_A, h_A)$ y $u_B(c_B, h_B)$ respectivamente, y cada uno cuenta con una dotación de una unidad de tiempo que puede dedicar al ocio o a trabajar y 0 unidades del bien de consumo. Para producir el bien de consumo C existe una empresa que utiliza trabajo y produce consumo de acuerdo a la función de producción $f(l)$. El consumidor A es dueño de la empresa. Denotamos con p el precio del bien de consumo y con w el salario por unidades de tiempo que dedica a trabajar.

   (a) (15 puntos) Escriba el problema de maximización que permite encontrar todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.

$$\max_{c_a, c_b, h_a, h_B, \ell} U_A(c_a, h_a) \quad \text{s.a.} \quad U_B(c_B, h_B) \geq \bar{U}$$

$$\left.\begin{array}{l} c_a + c_B \leq f(\ell) \\ h_a + h_B + \ell \leq 2 \end{array}\right\} \text{FACTIBILIDAD}$$

   (b) (15 puntos) Defina el equilibrio escribiendo el problema de maximización de cada consumidor, el problema de maximización de la empresa, y las condiciones de equilibrio (vaciado de mercados).

UN EQ. ES UNA ASIGNACION $(c_a^*, h_a^*, c_B^*, h_B^*, \ell^*)$ Y UN VECTOR PRECIOS (P^*, w^*) T.Q.

1) FIRMAS MAXIMIZEN

$$\ell^* = \arg\max_{\ell} \pi = P^* f(\ell) - w^* \ell$$

2) CONSUMIDORES MAXIMIZEN:

$$(c_a^*, h_a^*) = \boxed{\arg\max_{c_a, h_a}} U_a(c_a, h_a) \quad \text{s.a.} \quad \underbrace{P^* c_a + w^* h_a}_{\text{GASTO}} \leq \underbrace{\overset{\text{DOTACIÓN TIEMPO}}{1} \cdot w^* + \pi^*}_{\text{INGRESO}}$$

$$(c_b^*, h_b^*) = \boxed{\arg\max_{c_b, h_b}} U_b(c_b, h_b) \quad \text{s.a} \quad P^* c_b + w^* h_b \leq 1 \cdot w^*$$

$$\boxed{(c_a^*, h_a^*) \text{ SOLUCIONAN } \max_{c_a, h_a} U_a(c_a, h_a) \quad \text{s.a} \quad P^* c_a + w^* h_a \leq 1 w^* + \pi^*}$$

$$\boxed{\max_x (x-3)^2} \longrightarrow \frac{\partial (x-3)^2}{\partial x} = 2(x-3) = 0$$

$$\boxed{x^* = 3}$$

[redacted] $= 0$

$$3 = \arg\max_x (x-3)^2$$

3) MCDOS VACIEN:

$$c_a + c_B = \underbrace{f(\ell)}_{\text{OFERTA}}$$

$$\underbrace{C_a + C_B}_{\text{DEMANDA}} = \underbrace{f(l)}_{\text{OFERTA}}$$

$$\underbrace{h_a + h_B + l}_{\text{DEMANDA}} = \underbrace{Z}_{\text{OFERTA}}$$

---

2. (40 puntos) Considere la siguiente economía: hay un consumidor con función de utilidad sobre el consumo de bien X, bien Y y ocio H dada por $u(x, y, h) = xyh$. El consumidor cuenta con 200 unidades de tiempo que puede dedicar al ocio o a trabajar. Hay dos empresas: la primera produce bien X utilizando trabajo de acuerdo a la función de producción $f_X(l_X) = l_X^{0.5}$, la segunda produce bien Y utilizando trabajo de acuerdo a la función de producción $f_Y(l_Y) = l_Y^{0.5}$. El consumidor es dueño de las empresas. (Pista: para todo este problema no se preocupe por condiciones de no-negatividad en los problemas de maximización)

   (a) (5 puntos) Suponga que $L < 200$, encuentre la frontera de posibilidades de producción si se pueden utilizan L unidades de tiempo para la producción.

$$\text{MAX } f(l_x) = l_x^{0.5} \quad \text{s.a.} \quad f(l_Y) = l_Y^{0.5} = \bar{Y}$$
$$l_x + l_y \le L$$

EQUIVALENTE! MAX $l_x^{0.5}$ s.a $l_x^{0.5} \geq \bar{X}$

$l_x + l_y \leq L$

EN EL OPTIMO → $l_x + l_y = L$

$l_y = L - l_x$

$f(l_y) = l_y^{0.5} = \bar{Y}$

$(L - l_x)^{0.5} = \bar{Y}$

$L - l_x = \bar{Y}^2$

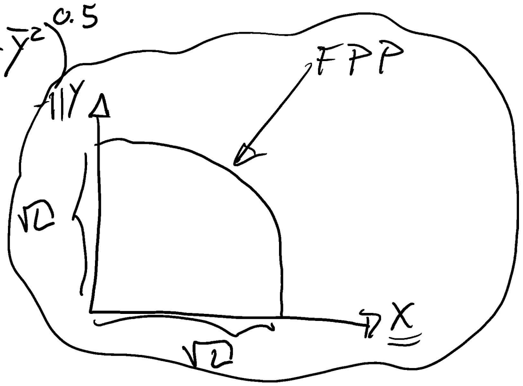
$\boxed{l_x = L - \bar{Y}^2}$

$X = f_X(l_x) = l_x^{0.5} = (L - \bar{Y}^2)^{0.5}$

$\boxed{X^2 = L - \bar{Y}^2}$

$\boxed{\bar{Y}^2 = L - X^2}$

$\boxed{\bar{Y} = \sqrt{L - X^2}}$



(b) (5 puntos) Suponga que $L < 200$ y que el consumidor dedica $\boxed{200 - L}$ unidades de tiempo al ocio. Encuentre la cantidad de consumo de X y de Y (en función de L) que maximizan la utilidad del consumidor sujeto a producir sobre la frontera de posibilidades de producción, encuentre la función valor (utilidad indirecta) en función de L.

$$\text{MAX } xyh \quad \text{s.a.} \quad \left.\begin{array}{l} x^2+y^2=L \\ h+L=200 \end{array}\right\} \text{PROBLEMA PLANIFICADOR CENTRAL.}$$

$$\max_{X,Y} \; xy(200-L) \quad \text{s.a.} \quad x^2+y^2=L$$

$$\mathcal{L} = xy(200-L) + \lambda(L - x^2 - y^2) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = y(200-L) - 2\lambda x = 0 \implies \frac{y\cancel{(200-L)}}{x\cancel{(200-L)}} = \frac{\cancel{2\lambda} x}{\cancel{2\lambda} y}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = x(200-L) - 2\lambda y = 0$$

$$\frac{y}{x} = \frac{x}{y}$$

$$y^2 = x^2$$

$$y = x$$

$$L = x^2 + y^2$$

$$L = 2x^2$$

$$\sqrt{\frac{L}{2}} = x = y$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{L}{2}} = x = y}$$

$$V(L) = \underbrace{\sqrt{\frac{L}{2}}}_{x}\ \underbrace{\sqrt{\frac{L}{2}}}_{y}\ \underbrace{(200-L)}_{h}$$

$$\boxed{V(L) = \frac{L}{2}(200-L)}$$

(c) (5 puntos) Ahora encuentre el nivel de L que maximiza la función valor encontrada inciso anterior. Dada esta cantidad cuál es la cantidad óptima de X, de Y y de ocio que consumiría.

$$\frac{\partial V(L)}{\partial L} = \frac{1}{2}(200-L) + \frac{L}{2}(-1) = 0$$

$$100 - \frac{L}{2} - \frac{L}{2} = 0$$

$$\boxed{100 = L^*}$$

OPTIMO PARETO

$$x^* = \sqrt{L} \quad \sqrt{50} = y^*$$

PARETO

$$\boxed{x^* = \sqrt{\frac{L}{2}} = \sqrt{50} = y^*}$$

$$\boxed{h^* = 200 - 100 = 100}$$

$\boxed{\text{MAX PROB CONSUMIDOR}}$ MAX PROB FIRMA

(d) (10 puntos) Encuentre las demandas del consumidor, la oferta de cada empresa, la ~~demanda de trabajo de cada empresa~~, y la función de beneficios máximos de cada empresa (al final del examen hay espacio en blanco para operaciones algebraicas).

1) FIRMA

$$\max_{l_i} \Pi_i = P_i l_i^{0.5} - w l_i \qquad i = \{x \text{ ó } y\}.$$

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial l_i} = \frac{1}{2} P_i l_i^{-1/2} - w = 0$$

$$\frac{1}{2} P_i l_i^{-1/2} = w$$

$$\frac{1}{2} \frac{P_i}{w} = l_i^{1/2}$$

$$\boxed{\frac{1}{4}\left(\frac{P_i}{w}\right)^2 = l_i^*}$$ DD INSUMO FIRMA i

$$l_i^{0.5} = \boxed{\frac{1}{2} \frac{P_i}{w}} = \text{OO EMPRESA } i$$

$$\Pi_i = P_i \underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{P_i}{w}\right)}_{l_i^{0.5}} - \underbrace{\frac{1}{4}\left(\frac{P_i^2}{w^2}\right)}_{l_i} \cdot w$$

$$\Pi_i^* = \frac{1}{2}\frac{P_i^2}{w} - \frac{1}{4}\frac{P_i^2}{w} = \boxed{\frac{1}{4}\frac{P_i^2}{w} = \Pi_i^*}$$