Repaso Parcial 2B

Tuesday, April 13, 2021 2:18 PM

2. (25 puntos) Un monopolista quien enfrenta dos mercados A y B del mismo producto con demandas $q_A = 300 - p_A$ y $q_B = 200 - p_B$ respectivamente. Tiene función de costos totales $CT(q_A, q_B) = (q_A + q_B)^2$. $= Q^2$

   (a) (10 puntos) Suponiendo que el monopolista no puede discriminar y debe cobrar el mismo precio en ambos mercados encuentre el precio óptimo, la cantidad que vende en cada mercado y las ganancias del monopolista.

   (b) (15 puntos) Suponiendo que el monopolista puede discriminar cobrando distinto precio en cada mercado escriba el problema de maximización del monopolista y encuentre los precios óptimos, la cantidad que vende en cada mercado, la cantidad total y las ganancias del monopolista.

(a) $Q_T = q_A + q_B = \begin{cases} (300-P)+(200-P) = 500-2P & \text{si } P<200 \\ 300-P & \text{si } P\in[200,300] \\ 0 & \text{si } P>300 \end{cases}$

$P<200$

MAX Π s.a $P<200$

MAX $\underbrace{(500-2P)}_{Q}P - \underbrace{(500-2P)^2}_{\text{Costo}}$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P}: 500-4P-2(500-2P)(-2)=0$

$500-4P+2000-8P=0$

$\frac{2500}{12}=P$

$\boxed{208.3=P}$ X

$\boxed{P^*=200}$

$\Pi^* = (500-400)200-(500-400)^2$

$= 100 \cdot 200 - 100^2$

$= 100(100) = 10{,}000$

si $P\in[200,300]$ $\rightarrow Q = 300-P$

MAX Π

$\Pi = (300-P)P - (300-P)^2$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P} = 300-2P-2(300-P)(-1)=0$

$= 300-2P+600-2P=0$

$\frac{900}{4}=P$

$225=P$

$\Pi = (300-225)(225)-(300-225)^2$

$= 75(225)-75^2$

$= 75(225-75)$

$= 75(150) = 11{,}250$

$P^M = 225 \qquad Q^M = 300-225 = 75$

Solo le vendo a A.

(b) $\Pi = \underbrace{(300-P_A)}_{q_A}P_A + \underbrace{(200-P_B)}_{q_B}P_B - \Big(\underbrace{300-P_A}_{q_A} + \underbrace{200-P_B}_{q_B}\Big)^2$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P_A} = 300-2P_A-2(300-P_A+200-P_B)(-1)=0$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P_B} = 200-2P_B-2(300-P_A+200-P_B)(-1)=0$

$300-2P_A+600-2P_A+400-2P_B=0$

$\ldots$ $-2P_A + 400 - 2P_B = 0$

$$\bullet\ 300 - 2P_A + 600 - 2P_A + 400 - 2P_B = 0$$

$$\bullet\ 200 - 2P_B + 600 - 2P_A + 400 - 2P_B = 0$$

$$\Rightarrow 1300 - 4P_A - 2P_B = 0$$

$$1200 - 4P_B - 2P_A = 0 \quad \times(-2)$$

$$-2600 + 8P_A + 4P_B = 0$$

$$-1400 + 6P_A = 0$$

$$\boxed{P_A = \frac{1400}{6} = 233.3} \qquad \boxed{P_B = \frac{1300 - 4P_A}{2} = 183.33}$$

$$\boxed{g_i^{EN} = g_j^{EN}}$$

Segunda Parte

Preguntas Abiertas

Únicamente se tomará en cuenta la respuesta escrita en el espacio abajo de la pregunta correspondiente.

1. (30 puntos) En un pueblo viven 2 granjeros A y B, cada uno tiene que decidir simultáneamente (es decir, sin observar el número de vacas del otro) cuántas vacas tiene en su granja, denotamos $g_A \in \mathbb{R}_+$ las vacas del granjero A y $g_B \in \mathbb{R}_+$ las vacas del granjero B. Cada vaca les cuesta \$100 pesos mantenerla en su granja. Para alimentar las vacas los granjeros los llevan a un campo del municipio que tiene pastizales, el valor de la leche que obtienen de la vaca depende de que tan bien comen, si hay pocas vacas en el pastizal comen mucho y pueden vender la leche a un valor alto, mientras que si hay muchas vacas en el pastizal comen poco y pueden vender la leche en un valor bajo. Sea $V(G) = 900 - G^2$ el valor de la leche que se obtiene de cada vaca si hubo un total de G vacas en el pastizal, de forma que el pago para el granjero i si el lleva g_i vacas y el otro granjero lleva g_j vacas es $\pi_i(g_i, g_j) = (900 - (g_i + g_j)^2)g_i - 100g_i$.
   (a) (15 puntos) Encuentre el equilibrio de Nash simétrico (tal que $g_A = g_B$) de este juego.
   (b) (10 puntos) Escriba el problema para encontrar todas las cantidades (g_A, g_B) de vacas eficientes en el sentido de Pareto y las condiciones de primer orden (en este inciso no suponga que las cantidades son simétricas es decir permitimos $g_A \neq g_B$.
   (c) (5 puntos) Encuentre el perfil simétrico (tal que $g_A = g_B$) eficiente en el sentido de Pareto y compare la cantidad total de vacas en esta asignación eficiente con la cantidad total de vacas en el equilibrio (simétrico) del juego.

$$\pi_i = (900 - G^2)g_i - 100g_i$$

$$\pi_i = (900 - (g_i + g_j)^2)g_i - 100g_i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial g_i} = 0 = (900 - (g_i+g_j)^2)\cdot 1 + (-2(g_i+g_j))g_i - 100 = 0$$

$$\boxed{g_i = g_j = g^*} \text{ (EN UN EQ SIMETRICO)}$$

$$= (900 - (2g^*)^2) + -2(2g^*)g^* - 100 = 0$$

$$= 900 - 4g^{*2} - 4g^{*2} - 100 = 0$$

$$= 800 = 8g^{*2}$$

$$100 = g^{*2}$$

$$\boxed{10 = g^*} \qquad \text{EN: } (g_A = 10, g_B = 10)$$

(b) $\max_{g_a, g_b} \boxed{(900 - (g_a + g_b)^2)g_a - 100g_a}$ s.a $(900 - (g_a + g_b)^2)g_b - 100g_b \geq \bar{U}$

$$\frac{\partial y}{\partial g_a} = (900 - (g_a+g_b)^2)\cdot 1 + (-2(g_a+g_b))g_a - 100 + \lambda(-2(g_a+g_b)\cdot g_b) = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial g_b} = -2(g_a+g_b)g_a + \lambda((900 - (g_a+g_b)^2)\cdot 1 + (-2(g_a+g_b))g_b - 100) = 0$$

$$\boxed{\frac{900 - (g_a+g_b)^2 - 2(g_a+g_b)g_a - 100}{-2(g_a+g_b)g_a} = \frac{-2(g_a+g_b)g_b}{900 - (g_a+g_b)^2 - 2(g_a+g_b)g_b - 100}}$$

(c) $g_a = g_b = \bar{g}$

$$\frac{900 - (2\bar{g})^2 - 2(2\bar{g})\bar{g} - 100}{-2(2\bar{g})\bar{g}} = \frac{-2(2\bar{g})\bar{g}}{900 - (2\bar{g})^2 - 2(2\bar{g})\bar{g} - 100}$$

$$\frac{900 - 4\bar{g}^2 - 4\bar{g}^2 - 100}{-4\bar{g}^2} = \frac{-4\bar{g}^2}{900 - 4\bar{g}^2 - 4\bar{g}^2 - 100}$$

$$800 - 8\bar{g}^2 = -4\bar{g}^2$$

$$\frac{800-8\bar{g}^2}{-4\bar{g}^2} = \frac{-4\bar{g}^2}{800-8\bar{g}^2}$$

$$(800-8\bar{g}^2)^2 = 16\bar{g}^4$$

$$800^2 - 2\cdot 8\cdot 800\bar{g}^2 + 64\bar{g}^4 = 16\bar{g}^4$$

$$800^2 - 16\cdot 800\bar{g}^2 + 48\bar{g}^4 = 0$$

$$80,000 - 1600\bar{g}^2 + 6\bar{g}^4 = 0$$

$$40,000 - 800\bar{g}^2 + 3\bar{g}^4 = 0$$

$$(3\bar{g}^2 - 200)(\bar{g}^2 - 200) = 0$$

$$\bar{g}^2 = \frac{200}{3} \quad ó \quad \bar{g}^2 = 200$$

$$\bar{g} = \pm\sqrt{\frac{200}{3}} \quad ó \quad \bar{g} = \pm\sqrt{200}$$

$$\bar{g} = \sqrt{\frac{200}{3}} \quad ó \quad \bar{g} = \sqrt{200}$$

$$\bar{g} = 8.16 \quad ó \quad \boxed{\bar{g} = 14.14}$$

$$(900 - (\bar{g}))\bar{g} - 100\bar{g}$$

$$\boxed{\bar{g} = 8.16 \rightarrow \Pi^* = 4354.646}$$

$$\boxed{\bar{g} = 14.14 \rightarrow \Pi^* = 3.41}$$

Segunda Parte
Preguntas Abiertas

1. (25 puntos) Considere el siguiente juego entre dos empresas que compiten (a la Bertrand) por un contrato para abastecer las medicinas del IMSS. Cada empresa tiene que decidir simultáneamente entre tres estrategia $NP, 20, 50$, donde NP es no participar, 20 significa que ofrece venderle al IMSS cada unidad en 20 pesos, y 50 significa que ofrece venderle al IMSS cada unidad en 50 pesos. La empresa que ofrezca el precio más bajo ganará el contrato y deberá proveer al IMSS la cantidad $Q(P) = 100 - P$ donde P es el precio que ofrecieron. Si ambas empresas ofrecen el mismo precio cada una proveerá la mitad de la demanda. Participar tiene un costo de K pesos, si la empresa decide no participar no tiene que pagar este costo, pero si decide ofrecer 20 o 50 tienen que pagar el costo de participar independientemente de si ganan el contrato o no. Los costos de producción son cero (K es un costo de entrar al mercado). Suponga que $K = 1,000$.

   (a) (10 puntos) Represente el juego en una matriz, encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras. Encuentre todos los perfiles de estrategias puras eficientes, y diga si algún jugador tiene estrategias puras dominadas débilmente o estrictamente.

		F_2	
	NP	20	50

$$\Pi_2(NP, 20) = (\underbrace{100-20}_{Q})20 - 1000$$
$$= 80 \cdot 20 - 1000$$
$$= 1600 - 100 = 600$$

F_2

F_1	NP	20	50
NP	(0,0)	(0,600)	(0,1500)
20	(600,0)	-200,-200	(600,-1000)
50	(1500,0)	-1000,600	250,250

G.P = ((50,NP); (NP,50); (50,50))

EN = $\emptyset$

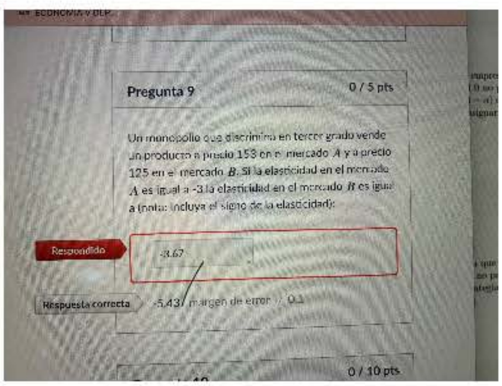
$= 80 \cdot 20 - 1000$
$= 1600 - 100 = 600$

$\Pi_2(NP,50) = (100-50)50 - 1000$
$= 50^2 - 1000$
$= 2500 - 1000$
$= 1500$

$\Pi(20,20) = \underbrace{\frac{(100-20)}{2}}_{q/2} \cdot 20 - 1000$

$= \frac{1600}{2} - 1000$
$= 800 - 1000 = -200$

$\Pi(50,50) = \frac{(100-50)}{2} \cdot 50 - 1000$
$= \frac{50^2}{2} - 1000$
$= 1250 - 1000$
$= 250$



$$\Pi = P_A(q_A)q_A + P_B(q_B)q_B - C(\overbrace{q_a + q_B}^{Q})$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_a} = \frac{\partial P_a}{\partial q_a} q_a + P_a - \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_a}^{1} = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_B} = \frac{\partial P_B}{\partial q_B} q_B + P_B - \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_B}^{1} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial P_a}{\partial q_a} q_a + P_a = CMg \Rightarrow P_a\left(\frac{\partial P_a}{\partial q_a}\frac{q_a}{P_a} + 1\right) = CMg \\ \frac{\partial P_B}{\partial q_B} q_B + P_B = CMg \Rightarrow P_B\left(\frac{\partial P_B}{\partial q_B}\frac{q_B}{P_B} + 1\right) = CMg \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_a\left(\frac{1}{\varepsilon_a} + 1\right) = CMg \qquad \Rightarrow P_a\left(\frac{1}{\varepsilon_a} + 1\right) = P_B\left(\frac{1}{\varepsilon_B} + 1\right)$$

$$P_B\left(\frac{1}{\varepsilon_B} + 1\right) = CMg$$

$$153\left(\frac{1}{-3} + 1\right) = 125\left(\frac{1}{\varepsilon_B} + 1\right)$$

$$\frac{153}{125}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{\varepsilon_B} + 1$$

$$\frac{153}{125}\left(\frac{2}{3}\right) - 1 = \frac{1}{\varepsilon_B}$$

$$-0.184 = \frac{1}{\varepsilon_B}$$

$$\varepsilon_B = \frac{1}{-0.184} = -5.43$$