Repaso Parcial 2C

Thursday, April 15, 2021 2:21 PM

2. (30 puntos) En una ciudad hay una única empresa que vende boletos de cine (monopolista) quien enfrenta dos mercados el de adultos (A) y el de niños (B). Las demandas de boletos de cine son respectivamente $q_A = 200 - p_A$ y $q_B = 300 - p_B - p_A$ (note que la demanda de los niños depende del precio de los adultos ya que un niño tiene que ir acompañado de un adulto). La empresa tiene función de costos totales $CT(q_A, q_B) = 10(q_A + q_B)$.

   (a) (15 puntos) Suponiendo que el monopolista puede discriminar y cobrar un precio distinto a los adultos y a los niños encuentre el precio óptimo de cada mercado, la cantidad que vende en cada mercado, y las ganancias del monopolista.

   (b) (15 puntos) Suponiendo que el monopolista no puede discriminar y tiene que cobrar el mismo precio a los niños y a los adultos encuentre el precio óptimo, la cantidad que vende en cada mercado, y las ganancias del monopolista (puede suponer que el monopolista escoge un precio tal que vende en ambos mercados).

b)

$\Pi = \underbrace{(200-P)}_{q_a}P + \underbrace{(300-2P)}_{q_b}P - 10(200-P+300-2P)$

$\Pi = P\big(\underbrace{\underbrace{200-P}_{q_a} + \underbrace{300-2P}_{q_B}}_{Q}\big) - 10(500-3P)$

$\Pi = P(500-3P) - 10(500-3P)$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P} = 500 - 6P + 30 = 0$

$\frac{530}{6} = P$

$\boxed{88.33 = P}$

$\boxed{q_a = 200 - 88.33}$ $\quad q_B = 300 - 2(88.33)$

$\Pi^M = q_a P + q_b P - 10(q_a + q_b)$

a)

$\boxed{\Pi = \underbrace{(200-P_a)}_{q_a} P_a + \underbrace{(300-P_B-P_a)}_{q_B} P_B - 10\big(\underbrace{200-P_a}_{q_a} + \underbrace{300-P_B-P_a}_{q_B}\big)}$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P_a} = 200 - 2P_a - P_b + 10 + 10 = 0$

$\frac{\partial \Pi}{\partial P_b} = 300 - 2P_B - P_a + 10 = 0$

$220 - 2P_a - P_B = 0 \quad x(-2)$

$310 - 2P_B - P_a = 0$

$+\ -440 + 4P_a + 2P_B = 0$

$-130 + 3P_a = 0$

$3P_a = 130$

$\boxed{P_a = \frac{130}{3}}$

$\boxed{P_a = 43.3}$

$P_B = 220 - 2P_a$

$220 - \frac{2}{3}130$

$\boxed{P_B = 133.34}$

$\boxed{q_a = 200 - 43.3}$

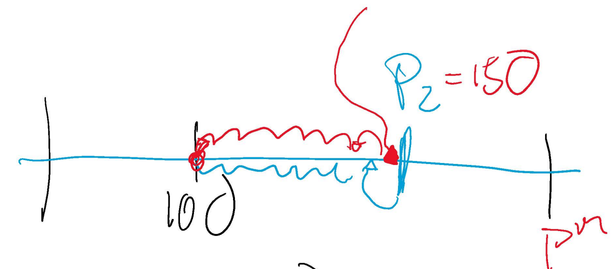
$\boxed{q_B = 300 - 133.34 - 43.3}$

$\Pi = q_a P_a + q_B P_B - 10(q_a + q_B)$

$\pi^M = q_a P + q_b P - 10(q_a + q_b)$

$\boxed{\pi^3 = q_a P_a + q_B P_B - 10(q_a + q_B)}$

$\boxed{\pi^M \text{ vs } \pi^3 \quad \leq}$



2 preguntas Dos empresas compiten en un mercado a la Bertrand decidiendo simultáneamente sus precios (pueden escoger cualquier precio real positivo y no necesariamente enteros) y el mercado se lo lleva la empresa con menor precio (o se divide en partes iguales si ambas ponen el mismo precio). La demanda inversa de mercado es $P(Q) = 900 - Q$ y el costo total de producción de las empresas es $CT_i(q_i) = 100q_i$.

$\to$ EN: $(P_1 = 100, P_2 = 100) \to Q = 800 < \begin{matrix} q_1 = 800/2 \\ q_2 = 800/2 \end{matrix}$

13. Si partiendo del equilibrio la empresa 1 sube su precio y la empresa 2 lo mantiene constante:
    - (a) los beneficios de la empresa 1 disminuyen y los beneficios de la empresa 2 aumentan
    - (b) la cantidad total que se vende en el mercado ~~disminuye~~ $q = 800$
    - (c) los beneficios de ambas empresas permanecen constantes $\pi_1 = \pi_2 = 0$
    - (d) la cantidad que vende la empresa 2 se duplica y sus beneficios ~~aumentan~~

14. Si partiendo del equilibrio ambas empresas aumentan su precio en 10 pesos
    - (a) el beneficio de ambas empresas se mantiene [illegible] ya que se siguen dividiendo el mercado en partes iguales
    - (b) el beneficio de ambas empresas aumenta y la cantidad que cada empresa vende disminuye
    - (c) el beneficio de ambas empresas [illegible] ya que en equilibrio ninguna empresa quiere aumentar su precio
    - (d) ninguna de las anteriores

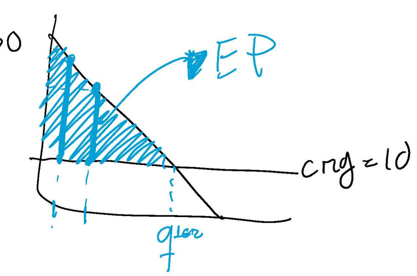
$P_1 = 110, \quad P_2 = 110 \qquad Q = 900 - 110 = 790 \to \boxed{q_1 = 790/2} \quad q_2 = 790/2$

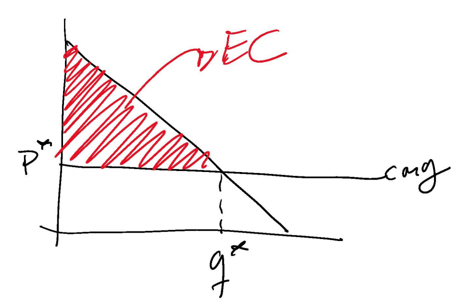
$\pi = \frac{790}{2} 110 - \frac{790}{2} \cdot 10 = \boxed{100\left(\frac{790}{2}\right)}$

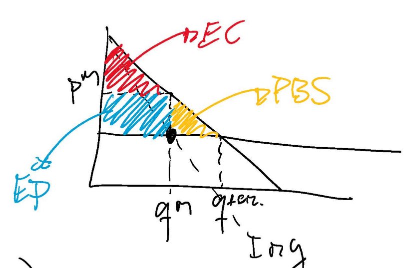
2. Considere un mercado con demanda inversa $P(Q) = 100 - Q$, en el cuál un monopolista con costos totales $CT(Q) = 10Q$ puede discriminar perfectamente. En este mercado podemos asegurar que:

$\to$ 1er GRADO

   - (a) se venderá una cantidad [illegible] que si se comportara como empresa precio aceptante $=$
   - (b) el bienestar social es mayor que si el monopolista no puede discriminar
   - (c) se venderá una cantidad ~~menor~~ MAYOR que si el monopolista no puede discriminar
   - (d) el bienestar social es ~~menor~~ que si se comportara como empresa precio aceptante $=$







$\pi^M = (1000 - 4P)P - 50(1000 - 4P)$

$\frac{\partial \pi^M}{\partial P} = 1000 - 8P + 200 \quad \boxed{\frac{1200}{8} = 150 = P^M}$

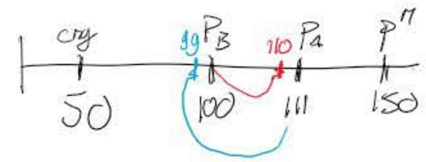
$\frac{\partial \pi_A}{\partial P} = 1000 - 8P + \ldots \quad \boxed{\frac{1200}{8} = 150 - 1}$

En un mercado hay dos empresas $\{A, B\}$ las cuales compiten en precios a la Bertrand. Suponemos que cada empresa escoge su precio y que el precio tiene que ser en números enteros y menor a 250. La demanda del producto está dada por $Q(p) = 1000 - 4p$, la empresa que pone un precio menor se lleva todo el mercado y si ambas ponen el mismo precio se dividen el mercado entre los dos.

La empresas empresas enfrentan los mismos costos totales de producción que están dados por $CT_A(q_A) = 50q_A$, y $CT_B(q_B) = 50q_B$.

$P_A = 111$

$P_B = 100$



Considere el perfil de estrategias $(p_A = 111, p_B = 100)$, en este perfil de estrategias la empresa A [Seleccionar] QUIERE desviarse unilateralmente y la empresa B [Seleccionar] QUIERE desviarse unilateralmente.

Considere el siguiente juego simultáneo entre dos jugadores $\{A, B\}$. Cada jugador tiene que escoger simultáneamente (sin saber lo que el otro escoge) entre quedarse a ver una pelicula en casa o salir al cine. Si un jugador se queda en casa su pago es de 100 sin importar lo que haga el otro jugador; si un jugador va al cine y el otro se queda en su casa su pago es de 0 (no le gusta ir al cine solo), y es de 105 si el otro jugador decidió ir al cine (se encuentran en el cine y ven la pelicula juntos). Considerando únicamente estrategias puras podemos asegurar que:

- existen múltiples equilibrios de Nash, y ~~ninguno~~ es eficiente en el sentido de Pareto
- existe un ~~único~~ equilibrio de Nash, y es eficiente en el sentido de Pareto
- existen ~~múltiples~~ perfiles de estrategias eficientes en el sentido de Pareto, y todos son equilibrio de Nash
- existe un único perfil de estrategias eficiente en el sentido de Pareto, y es un equilibrio de Nash

A \ B	CASA	CINE
CASA	100, 100	100, 0
CINE	0, 100	105, 105

2 EN = {(CASA, CASA); (CINE, CINE)}

OP = (CASA, CASA)

1. (30 puntos) Ana y Beto son compañeros de clase y se pusieron de acuerdo para estudiar juntos de la siguiente forma: Ana estudiaría el tema X y Beto estudiaría el tema Y y luego Ana le explicaría a Beto el tema X y Beto le explicaría a Ana el tema Y. Si denotamos con x el tiempo que dedica Ana a estudiar el tema X y con y el tiempo que dedica Beto a estudiar el tema Y la función de utilidad de Ana es $u_A(x, y) = \boxed{3x^{1/3}y^{1/6} - x}$, y la función de utilidad de Beto es $u_B(x, y) = \boxed{3x^{1/6}y^{1/3} - y}$.

   (a) (5 puntos) Si, partiendo de un perfil de estrategias en el que tanto Ana como Beto dedican tiempo positivo a estudiar ($x > 0, y > 0$), Ana aumenta su tiempo de estudio manteniendo el de Beto constante ¿que le pasa a la utilidad de Ana y que le pasa a la utilidad de Beto?

   (b) (15 puntos) Suponiendo que Ana y Beto escogen el tiempo que cada uno dedica a estudiar su tema simultáneamente (sin observar el tiempo que el otro dedica), encuentre la mejor respuesta de Ana al tiempo que estudia Beto, la mejor respuesta de Beto al tiempo que estudia Ana, y el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras de este juego. Grafique las mejores respuestas y en la gráfica marque el(los) equilibrios de Nash.

   (c) (5 puntos) Escriba el problema de maximización para encontrar los perfiles de estrategias (los tiempos de estudio) que son eficientes en el sentido de Pareto. ¿Es algún equilibrio de Nash en este juego eficiente en el sentido de Pareto?

   (d) (5 puntos) Comparando el tiempo que se estudia en equilibrio de Nash con el tiempo que se estudia en un perfil de estrategias eficiente (x^e, y^e) en el sentido de Pareto donde Ana y Beto dedican el mismo tiempo de estudio ($x^e = y^e$) ¿Podemos afirmar que en cualquier equilibrio (de Nash) se estudia menos tiempo de lo eficiente?

$\frac{\partial U_A}{\partial X} = 3 \cdot \frac{1}{3} \frac{y^{1/6}}{X^{2/3}} - 1 = y^{1/6}X^{-2/3} - 1 \gtreqless 0$

$y^{1/6}X^{-2/3} - 1 > 0 \Rightarrow y^{1/6}X^{-2/3} > 1$

$y^{1/6} > X^{2/3}$

$y > X^4$

$\frac{\partial U_B}{\partial X} = 3 \cdot \frac{1}{6} X^{-5/6} y^{1/3} = \frac{1}{2} X^{-5/6} y^{1/3} > 0$

donde Ana y Beto dedican el mismo tiempo de estudio ($x^e = y^e$) ¿Podemos afirmar que en cualquier equilibrio (de Nash) se estudia menos tiempo de lo eficiente?

(6) $\frac{\partial U_A}{\partial X} = 0 \rightarrow y^{1/6} X^{-2/3} - 1 = 0$

$$y^{1/6} X^{-2/3} = 1$$

$$y^{1/6} = X^{2/3}$$

$$\boxed{y = X^4}$$

$$\boxed{y^{1/4} = X = MR_A(y)}$$

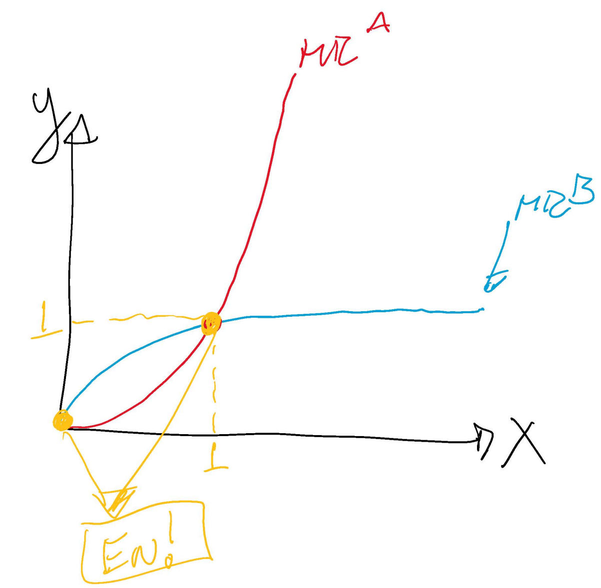
$\frac{\partial U_B}{\partial y} = 0 \Rightarrow 3\frac{1}{3} X^{1/6} y^{-2/3} - 1 = 0$

$$X^{1/6} y^{-2/3} = 1$$

$$X^{1/6} = y^{2/3}$$

$$X = y^4$$

$$\boxed{X^{1/4} = y = MR_B(X)}$$



$$y^{1/4} = X$$

$$(X^{1/4})^{1/4} = X$$

$$X^{1/16} = X$$

$$X = X^{16}$$

$$0 = X^{16} - X$$

$$0 = X(X^{15} - 1)$$

$$\boxed{X = 0 \quad ó \quad X = 1}$$

$$EN = \{(x=0, y=0); (x=1, y=1)\}$$

(c)

$$\boxed{\max_{x,y}\; 3x^{1/3}y^{1/6} - x \quad \text{s.a} \quad 3x^{1/6}y^{1/3} - y \geq \bar{U}}$$

$$\mathcal{L} = 3x^{1/3}y^{1/6} - x + \lambda\left(3x^{1/6}y^{1/3} - y - \bar{U}\right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 3\cdot\frac{1}{3}x^{-2/3}y^{1/6} - 1 + \lambda\left(\frac{3}{6}x^{-5/6}y^{1/3}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 3\cdot\frac{1}{6}x^{1/3}y^{-5/6} + \lambda\left(\frac{3}{3}x^{1/6}y^{-2/3} - 1\right) = 0$$

$$\boxed{\frac{x^{-2/3}y^{1/6} - 1}{\frac{1}{2}x^{1/3}y^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-5/6}y^{1/3}}{x^{1/6}y^{-2/3} - 1}}$$

$(0,0)$

$$\frac{-1}{0} = \frac{0}{-1}$$

$(1,1)$

$$\frac{0}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{0}$$

No, ningun E.N es O.P.

$$\Rightarrow \boxed{x^e = y^e}$$

$2/3 \quad 1/6 \quad 1 \qquad \frac{1}{2}x^{-5/6}x^{1/3}$

$$\frac{x^{-2/3}x^{1/6}-1}{\frac{1}{2}x^{1/3}x^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-5/6}x^{1/3}}{x^{1/6}x^{-2/3}-1}$$

$$\frac{x^{-3/6}-1}{\frac{1}{2}x^{-3/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-3/6}}{x^{-3/6}-1}$$

$$\frac{x^{-1/2}-1}{\frac{1}{2}x^{-1/2}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}}{x^{-1/2}-1} \qquad x\left(\frac{x^{1/2}}{x^{1/2}}\right)$$

$$\frac{1-x^{1/2}}{\frac{1}{2}(1)} = \frac{\frac{1}{2}(1)}{1-x^{1/2}}$$

$$\left(1-x^{1/2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$1-2x^{1/2}+x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} - 2x^{1/2} + x = 0$$

$$x^* = \frac{1}{4} \longrightarrow U_A\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}\left(\frac{1}{4}\right)^{1/6} - \frac{1}{4} = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} - \frac{1}{4} = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

$$x^a = 9/4 \longrightarrow U_A\left(9/4, 9/4\right) = 3\left(\frac{9}{4}\right)^{1/2} - \frac{9}{4} = 3\frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \boxed{\frac{9}{4}}$$

O.P.

2 preguntas.

Considere el siguiente juego entre Ileana y Javier y responda las siguientes dos preguntas.

		Javier		
		L	C	R
Ileana	T	(100,100)	(-20,90)	(-1,1)
	M	(90,-20)	(10,10)	(1,1)
	D	(1,-1)	(1,1)	(1,1)

13

En este juego podemos asegurar que:
(5 Points)

EN = {(T,L) (M,C), (D,R)}

En este juego podemos asegurar que:
(5 Points)

- En cualquier equilibrio de Nash el pago de Ileana será igual al de Javier
- ~~Por simetría del juego ambos jugadores buscan maximizar la suma de utilidades~~
- ~~Existe un único equilibrio de Nash ya que los jugadores se coordinan en (T,L)~~
- todas las anteriores

14

En este juego podemos asegurar que el perfil de estrategias (D,R)
(5 Points)

- ~~no es equilibrio de Nash pues la estrategia D está dominada débilmente para Ileana~~
- ~~no es equilibrio de Nash porque si Ileana cambiara su estrategia a T la mejor respuesta de Javier sería cambiar su estrategia a L~~
- no es eficiente en el sentido de Pareto porque el perfil (T,L) lo domina en el sentido de Parteo
- todas las anteriores

2. (30 puntos) Considere el siguiente juego entre dos personas Ana (A) y Beto (B) y una empresa (E). La empresa los entrevistó para un trabajo y los dos les parecieron buenos candidatos pero solo tiene una posición disponible y tiene que decidir el orden en el que hace las ofertas (a Ana primero y Beto en segundo en caso que Ana rechace, o a Beto primero y Ana segundo en caso que Beto rechace). Si Ana recibe una oferta Ana puede aceptarla o rechazarla, si beto recibe una oferta puede aceptarla o rechazarla.

Si la empresa le ofrece el trabajo primero a Ana, entonces Ana puede aceptarlo o rechazarlo; si Ana acepta el juego acaba y los pagos son de 10 para Ana, 0 para Beto, y 5 para la empresa; si Ana rechaza el trabajo entonces Beto recibe la oferta y puede aceptarlo en cuyo caso los pagos son 0 para Ana, -15 para Beto (no le gusta aceptar una oferta que rechazó Ana), y 5 para la empresa, o rechazarlo en cuyo caso los pagos son 0 para Ana, 0 para Beto, y 0 para la empresa. Similarmente, si la empresa le ofrece el trabajo primero a Beto, entonces Beto puede aceptarlo o rechazarlo; si Beto acepta el juego acaba y los pagos son de 0 para Ana, 10 para Beto, y 5 para la empresa; si Beto rechaza el trabajo entonces Ana recibe la oferta y puede aceptarlo en cuyo caso los pagos son -15 para Ana (no le gusta aceptar una oferta que rechazó Beto), 0 para Beto, y 5 para la empresa, o rechazarlo en cuyo caso los pagos son 0 para Ana, 0 para Beto, y 0 para la empresa.

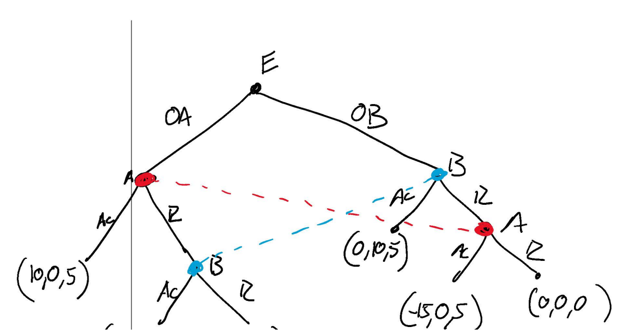
Al recibir una oferta Ana no sabe si es la primera en recibirla, o si la recibe porque Beto la rechazó; similarmente, al recibir una oferta Beto no sabe si es el primero en recibirla, o si la recibe porque Ana lo rechazó.

(a) (10 puntos) Represente esta situación como un juego en forma extensiva (árbol), en los vectores de pagos ponga primero a Ana luego Beto y al final la Empresa.

(b) (5 puntos) Para la representación en forma normal ¿cuáles son las estrategias de Ana, cuáles las de Beto, y cuáles las de la empresa?

(c) (5 puntos) Para cada perfil de estrategias, ¿cuál es el vector de pagos que se obtiene?

(d) (5 puntos) Si la estrategia de la empresa es ofrecerle el trabajo primero a Ana,



la rechazó; similarmente, al recibir una oferta Beto no sabe si es el primero en recibirla, o si la recibe porque Ana lo rechazó.

(a) (10 puntos) Represente esta situación como un juego en forma extensiva (árbol), en los vectores de pagos ponga primero a Ana luego Beto y al final la Empresa.

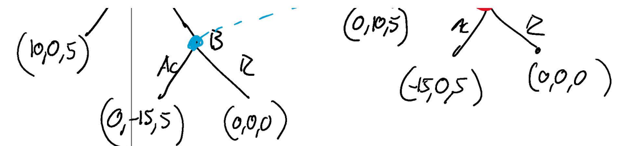
(b) (5 puntos) Para la representación en forma normal ¿cuáles son las estrategias de Ana, cuáles las de Beto, y cuáles las de la empresa?

(c) (5 puntos) Para cada perfil de estrategias, ¿cuál es el vector de pagos que se obtiene?

(d) (5 puntos) Si la estrategia de la empresa es ofrecerle el trabajo primero a Ana, argumente que la mejor estrategia de Ana es aceptar el trabajo independientemente de la estrategia de Beto.

(e) (5 puntos) Argumente que un equilibrio de Nash de este juego es que la empresa le ofrece a Ana el trabajo primero, Ana acepta el trabajo en caso de recibir oferta, y Beto acepta el trabajo en caso de recibir oferta.

(f) (5 puntos extra) Argumente que un equilibrio de Nash de este juego es que la empresa le ofrece con probabilidad 0.5 el trabajo a Ana, y con probabilidad 0.5 el trabajo a Beto; Ana rechaza el trabajo en caso de recibir oferta; y Beto rechaza el trabajo en caso de recibir oferta.



PAGOS = (U_A, U_B, U_E)

$O_A, Ac, Ac \rightarrow (10, 0, 5)$
$O_A, Ac, R \rightarrow (10, 0, 5)$
$O_A, R, Ac \rightarrow (0, -15, 5)$
$O_A, R, R \rightarrow (0, 0, 0)$
$O_B, Ac, Ac \rightarrow (0, 10, 5)$
$O_B, Ac, R \rightarrow (-15, 0, 5)$
$O_B, R, Ac \rightarrow (0, 10, 5)$
$O_B, R, R \rightarrow (0, 0, 0)$

$S_E = \{OA, OB\}$.

$S_A = \{Ac, R\}$.

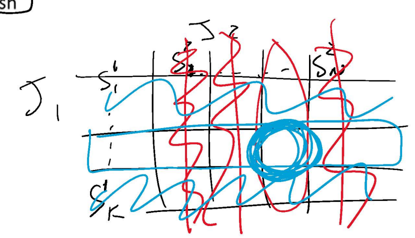
$S_B = \{Ac, R\}$.

E
$\rightarrow O_A, Ac, Ac \rightarrow U_E = 5$
$\rightarrow O_B, Ac, Ac \rightarrow U_E = 5$
$\rightarrow$ No Incentivos Desv

A
$O_A, Ac, Ac \rightarrow 10 = U_A$
$O_A, R, Ac \rightarrow 0 = U_A$
$\rightarrow$ No Incentivos Desv

B
$\rightarrow O_A, A, A \rightarrow U_B = 0$
$\rightarrow O_A, A, R \rightarrow U_B = 0$
$\rightarrow$ No Incentivos Desv.

10. En un juego de dos jugadores en el cual cada jugador tiene una estrategia estrictamente dominante, podemos asegurar que:
a) Cada equilibrio de Nash es eficiente en el sentido de Pareto
b) Cada perfil de estrategias eficiente en sentido de Pareto es un equilibrio de Nash
c) existe un único equilibrio de Nash
d) ninguna de las anteriores



2. Si en un juego en forma normal el perfil de estrategias (s^e_i, s^e_{-i}) es un perfil de estrategias eficientes en el sentido de Pareto tenemos que para cada jugador i:
a) $u_i(s^e_i, s^e_{-i}) \geq u_i(s'_i, s^e_{-i})$ para todo s'_i ✕
b) $u_i(s^e_i, s'_{-i}) \geq u_i(s^e_i, s^e_{-i})$ para todo s'_{-i} ✕
c) $u_i(s^e_i, s^e_{-i}) \geq u_i(s'_i, s'_{-i})$ para todo s'_i y para todo s'_{-i}
d) ninguna de las anteriores

	C	NC	
C	10,0	0,15	O.P.
NC	15,0	3,3	EN

3. En un juego en forma normal con dos jugadores en el que cada jugador tiene más de dos estrategias y en el que existe un único equilibrio de Nash en estrategias puras podemos asegurar que:
a) el equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto
b) al menos un jugador tiene una estrategia estrictamente dominante
c) cada jugador tiene una estrategia estrictamente dominada
d) ninguna de las anteriores

2. Si en un juego en forma normal el perfil de estrategias (s^e_i, s^e_{-i}) es un perfil de estrategias eficientes en el sentido de Pareto tenemos que para cada jugador i:
   a) $u_i(s^e_i, s^e_{-i}) \geq u_i(s'_i, s^e_{-i})$ para todo s'_i X
   b) $u_i(s^e_i, s'_{-i}) \geq u_i(s^e_i, s^e_{-i})$ para todo s'_{-i} X
   c) $u_i(s^e_i, s^e_{-i}) \geq u_i(s'_i, s'_{-i})$ para todo s'_i y para todo s'_{-i}
   d) ninguna de las anteriores

C	$\boxed{10,10}$	$\boxed{0,15}$	O. P.
NC	$\boxed{15,0}$	$\boxed{3,3}$	EN

3. En un juego en forma normal con dos jugadores en el que cada jugador tiene más de dos estrategias y en el que existe un único equilibrio de Nash en estrategias puras podemos asegurar que:
   a) el equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto
   b) al menos un jugador tiene una estrategia estrictamente dominante
   c) cada jugador tiene una estrategia estrictamente dominada
   d) ninguna de las anteriores