Repaso Parcial 2C

Thursday, April 15, 2021 2:21 PM

(s_i^*, s_{-i}^*)

1. Si un juego en forma normal el perfil de estrategias (s^*_i, s^*_{-i}) es un equilibrio de Nash entonces tenemos que para cada jugador i:
   a) $u_i(s^*_i, s^*_{-i}) \geq u_i(s'_i, s^*_{-i})$ para todo s'_i ✓
   b) $u_i(s^*_i, s'_{-i}) \geq u_i(s^*_i, s^*_{-i})$ para todo s'_{-i} NI IDEA.
   c) $u_i(s^*_i, s^*_{-i}) \geq u_i(s'_i, s'_{-i})$ para todo s'_i y para alguna $s'_{-i} \neq s^*_{-i}$ NI IDEA
   d) $u_i(s^*_i, s^*_{-i}) \geq u_i(s'_i, s'_{-i})$ para todo s'_i y para todo s'_{-i} NI IDEA

2. Si en un juego en forma normal el perfil de estrategias (s^e_i, s^e_{-i}) es un perfil de estrategias eficientes en el sentido de Pareto tenemos que para cada jugador i:
   a) $u_i(s^e_i, s^e_{-i}) \geq u_i(s'_i, s^e_{-i})$ para todo s'_i X
   ~~b)~~ $u_i(s^e_i, s'_{-i}) \geq u_i(s^e_i, s^e_{-i})$ para todo s'_{-i} X
   c) $u_i(s^e_i, s^e_{-i}) \geq u_i(s'_i, s'_{-i})$ para todo s'_i y para todo s'_{-i} X
   d) Ninguna de las anteriores

$$U_i(s_i^1, s_{-i}^e) > U_i(s_i^e, s_{-i}^e) \Rightarrow U_{-i}(s_i^1, s_{-i}^e) < U_{-i}(s_i^e, s_{-i}^e)$$

$$\pi^M = (200-Q)Q - 20Q$$

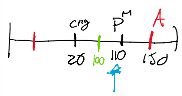
$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 200 - 2Q - 20 = 0$$

$$\frac{180}{2} = Q = 90$$

$$P = 200 - 90 = 110$$

3 preguntas.

En las siguientes tres preguntas considere 2 empresas, A y B, que compiten a la Bertrand en un mercado con demanda inversa P=200-Q. Las empresas tienen costos marginales de producción constantes e iguales a 20 y no tienen costos fijos. Considere que los precios tienen que ser números enteros.



15

Si la empresa A pone un precio igual 10, una mejor respuesta de la empresa B es poner un precio de $[11, \infty)$ y si la empresa A pone un precio igual a 150 una mejor respuesta de la empresa B es poner un precio igual a 110.
(5 Points)

4. Considere una industria donde hay dos empresas A y B. El gobierno ha regulado esta industria imponiendo que el precio de venta del producto sea de 400 pesos por unidad. Cada empresa puede escoger su calidad del producto que vende, la calidad que escogen las empresas afecta los costos de producción y la cantidad que venden. Denotando c_A (mayor o igual a 0) la calidad de la empresa A y c_B (mayor o igual a 0) la calidad de la empresa B, la demanda de cada empresa está dada por $q_i = 100 + c_i - c_{-i}$. El costo de producción de cada empresa viene dado por $CT = c_i q_i$. Cada empresa busca maximizar sus beneficios.

   1) Encuentre el equilibrio de Nash en este juego y las utilidades de cada empresa si las empresas deciden su calidad simultáneamente ¿Es eficiente en sentido Pareto el equilibrio de Nash?

$Q_i = 100 + C_i - C_{-i}$ $\quad CT = C_i q_i$

$$\pi_i = 400\underbrace{(100 + C_i - C_{-i})}_{q_i} - C_i\underbrace{(100 + C_i - C_{-i})}_{q_i}$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial C_i} = 400 - 100 - 2C_i + C_{-i} = 0$$

Voy a buscar un Eq simetrico $C_i^* = C_{-i} = C^*$

$$\Rightarrow 400 - 100 - 2C^* + C^* = 0$$

$$\boxed{300 = C^*}$$

$$EN = (C_A = 300, C_B = 300)$$

$$\boxed{\begin{matrix} \pi_A(250, 250) > \pi_A(300, 300) \\ \pi_B(250, 250) > \pi_B(300, 300) \end{matrix}}$$ ✓

(b) $\max_{C_A, C_B} 400(100 + C_A - C_B) - C_A(100 + C_A - C_B)$ s.a $400(100 + C_B - C_A) - C_B(100 + C_B - C_A) \geq \overline{\pi}$

$$\frac{\partial y}{\partial C_A} = 400 - 100 - 2C_A + C_B + \lambda(-400 + C_B) = 0$$

$$\frac{\partial y}{} = -400 + C_A + \lambda(400 - 100 - 2C_B + C_A) = 0$$

∂C_A

$$\frac{\partial y}{\partial C_B} = -400 + C_A + \lambda(400 - 100 - 2C_B + C_A) = 0$$

$$\frac{300 - 2C_A + C_B}{-400 + C_A} = \frac{-400 + C_B}{300 - 2C_B + C_A}$$

$$\frac{300 - 600 + 300}{-400 + 300} \stackrel{?}{=} \frac{-400 + 300}{300 - 600 + 300}$$

$$\cancel{\frac{0}{-100} \stackrel{?}{=} \frac{-100}{0}}$$

-3

$$q_A = AP$$

$$q_B = BP^{-7}$$

Segunda Parte
Preguntas Abiertas

1. (35 puntos) Considere un juego con $N = \{1, ..., n\}$ jugadores ($n > 1$). Estos jugadores son los dueños de una empresa en forma equitativa. Cada jugador $i \in N$ tiene que decidir cuánto esfuerzo, $e_i \geq 0$, le dedica a actividades de la empresa. Las ganancias de la empresa dependen del nivel de esfuerzo de cada uno de los socios y están dadas por $\pi(e_1, ..., e_n) = \sum_{j=1}^{n} e_j$ y estas ganancias se reparten equitativamente entre los socios. Cada jugador al realizar esfuerzo e_i tiene un costo de $\frac{e_i^2}{2}$, de forma que el pago para cada jugador está dados por:

$$u_i(e_1, ..., e_n) = \boxed{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_j} - \frac{e_i^2}{2}.$$

$$\boxed{\frac{\partial U_i}{\partial e_i}} = \frac{1}{n} - e_i = 0$$

$$\boxed{e_i^* = \frac{1}{n}}$$

   (a) (10 puntos) Encuentre el nivel de esfuerzo que cada socio ejerce en el equilibrio de Nash (en función del número total de socios n), y diga si este nivel de esfuerzo individual es creciente, decreciente, o constante en n.

   (b) (10 puntos) Encuentre las ganancias de la empresa (suma de esfuerzos) de equilibrio, y diga si las ganancias son crecientes, decrecientes, o constantes en n.

$$\sum_{j=1}^{n} e_j^* = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} = n \cdot \frac{1}{n} = 1$$

   (c) (10 puntos) Escriba el problema para encontrar los perfiles de estrategias eficientes en el sentido de Pareto.

   (d) (5 puntos) Suponiendo que se busca un perfil de estrategias eficiente en el sentido de Pareto en el cuál todos los socios ejercen el mismo nivel de esfuerzo, encuentre dicho nivel de esfuerzo (en función de n).

   $\boxed{\text{(e) (5 puntos extras) Considere el caso con } n = 2. \text{ ¿Existe una estrategia estrictamente dominante para el jugador 1? En caso afirmativo cuál es, justifique su respuesta.}}$

(c) $$\max_{e_1, \dots, e_n} \underbrace{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_j - \frac{e_1^2}{2}}\quad \text{s.a.}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_j - \frac{e_2^2}{2} \geq \bar{U}_2 \to \lambda_2$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_j - \frac{e_n^2}{2} \geq \bar{U}_n \to \lambda_n$$

(d) $$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e_1} = \frac{1}{n} - e_1 + \underline{\lambda_2\left(\frac{1}{n}\right) + \lambda_3\left(\frac{1}{n}\right) + \dots + \lambda_n\left(\frac{1}{n}\right)} = 0$$

$$\frac{1}{n} - e_1 + \frac{1}{n}\left(\Sigma\lambda\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{n}\left(\Sigma\lambda + 1\right) - e_1 = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial e_2} = \frac{1}{n} + \lambda_2\left(\frac{1}{n} - e_2\right) + \lambda_3\left(\frac{1}{n}\right) + \dots + \lambda_n\left(\frac{1}{n}\right) = 0$$

$$= \frac{1}{n}\left(1 + \sum\lambda\right) - \lambda_2 e_2 = 0$$

$$\boxed{e_1 = e_2 = \dots = e^*} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \frac{1}{n}\left(\sum\lambda + 1\right) - e = 0 \\ \frac{1}{n}\left(\sum\lambda + 1\right) - \lambda_2 e = 0 \end{array}} \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 1} \;\vdots\; \boxed{\lambda_n = 1}$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{n}\left(\sum\lambda + 1\right)} - e = \cancel{\frac{1}{n}\left(\sum\lambda + 1\right)} - \lambda_2 e$$

$$-e = -\lambda_2 e$$

$$\boxed{\lambda_2 = 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n}\left(\boxed{\sum\lambda} + 1\right) = e$$

$$\frac{1}{n}(n - 1 + 1) = e$$

$$\frac{1}{n}(n) = e$$

$$\boxed{1 = e^*}$$ OPTIMO PARETO

1. Para los siguientes juegos:
   Encuentra los equilibrios de Nash (estrategias puras y mixtas)
   Grafica las funciones de mejor respuesta
   1)

	l	r
X	7, 4	9, 2

No HAY EN.

Grafica las funciones de mejor respuesta

1)

	l	r
X	7, 4	9, 2
Y	8, 2	3, 5

No Hay EN.

2)

	l	r
X	0, 0	9, 2
Y	5, 7	3, 1

$EN = \{(X, r), (Y, l)\}$.

8. En un pueblo viven 2 granjeros A y B. Para alimentar las vacas los granjeros las llevan a un campo del municipio que tiene pastizales y cada granjero decide cuántas vacas llevar al pastizal, el granjero A elige g_A vacas y el granjero B elige g_B. Cada vaca que llevan al pastizal les cuesta $100 (lo cobra el municipio como cuota de recuperación). El valor de la leche que obtienen de la vaca depende de que tan bien comen, si hay pocas vacas en el pastizal comen mucho y pueden vender la leche en un valor alto, mientras que si hay muchas vacas en el pastizal comen poco y pueden vender la leche en un valor bajo. Sea $V(G) = 900 - G$ el valor de la leche que se obtiene de cada vaca si hubo un total de G vacas en el pastizal, de forma que el pago para el granjero I si el lleva g_i vacas y el otro granjero g_j vacas está dado por $u_i(g_i, g_j) = (900 - (g_i + g_j))g_i - 100g_i$. (Suponga que la cantidad de vacas es perfectamente divisible y se pueden llevar cantidades fraccionarias de vacas).

1) Suponga que deciden sus vacas simultáneamente. Encuentre el equilibrio de Nash simétrico ($g_A = g_B$) de este juego

$$U_A = (900 - g_a - g_b)g_a - 100g_a$$
$$U_B = (900 - g_a - g_b)g_b - 100g_b.$$

$$\to \frac{\partial U_A}{\partial g_a} = 900 - 2g_a - g_b - 100 = 0$$

$$\boxed{g_a = g_b = g^*}$$

$$\to 800 - 3g^* = 0$$

$$\boxed{\frac{800}{3} = g^*}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_K(x,y,z) &= 120x - x^2 - xy - xz \\ u_L(x,y,z) &= 120y - y^2 - xy - yz \\ u_M(x,y,z) &= 120z - z^2 - xz - yz \end{aligned}}$$

La mejor respuesta de Karla si Luis va a la oficina 15 horas y Mónica va a la oficina 25 horas es 40. ... 30. ... 35.
(5 Points)

(5 Points)

1/2

$$\to \frac{\partial U_K}{\partial x} = 120 - 2x - y - z = 0$$

$$\boxed{\frac{120 - y - z}{2} = x = MR_K(y,z)} = \frac{120 - (y+z)}{2}$$

$$\boxed{\frac{120 - x - z}{2} = y = MR_L(x,z)}$$

$$\boxed{\frac{120 - x - y}{2} = z = MR_M(x,y)}$$

$$MR_K(15,25) = \frac{120 - 15 - 25}{2} = \frac{120 - 40}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

$$MR_L(35,25) = \frac{120 - 35 - 25}{2} = \frac{120 - 60}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

19

Ante un aumento de una hora en el tiempo total que Luis y Mónica van a la oficina (y+z aumenta en una hora), de acuerdo a la mejor respuesta de Karla ¿Cuánto cambiaría el tiempo (en horas) que Karla asiste a la oficina?
(5 Points)

The value must be a number $-1/2$

Correct answers: -0.5

20

En equilibrio Karla asiste 30 horas a la oficina; Luis asiste 30 horas a la oficina; y Mónica asiste 30 horas a la oficina.
(5 Points)

Escriba su respuesta en formato (horas de Karla; horas de Luis; horas de Mónica)

Enter your answer

Correct answers: (30; 30; 30)

$$MR_K(15,25)=\frac{120-15-25}{2}=\frac{120-40}{2}=\frac{80}{2}=40$$

$$MR_L(35,25)=\frac{120-35-25}{2}=\frac{120-60}{2}=\frac{60}{2}=30$$

$$MR_M(35,15)=\frac{120-35-15}{2}=\frac{120-50}{2}=\frac{70}{2}=35$$

$$\rightarrow \frac{\partial MR_K}{\partial(y+z)}=-1/2$$

$\rightarrow$ Voy a buscar un Eq. simetrico

$$x^e=y^e=z^e$$

$$120-y-z-2x=0$$

$$120-4x^e=0$$

$$\boxed{x^e=30=y^e=z^e}$$

21

Si se buscara un perfil de estrategias eficiente en el sentido de Pareto, en el cual Karla, Luis, y Mónica asisten la misma cantidad de tiempo ¿Cuántas horas debe asistir cada uno?
(5 Points)

Escriba su respuesta en formato (horas de Karla; horas de Luis; horas de Mónica)

Enter your answer 20, 20, 20

Correct answers: (20; 20; 20)

$$\max_{x,y,z}\ 120x-x^2-xy-xz \quad s.a.\quad \begin{array}{l}120y-y^2-xy-yz\geq \bar{U}_L\rightarrow\lambda_1\\ 120z-z^2-xz-yz\geq\bar{U}_M\rightarrow\lambda_2\end{array}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=120-2x-y-z+\lambda_1(-y)+\lambda_2(-z)=0$$

$$\frac{\partial y}{\partial y}=-x+\lambda_1(120-2y-x-z)+\lambda_2(-z)=0$$

$$\frac{\partial y}{\partial z}=-x+\lambda_1(-y)+\lambda_2(120-2z-x-y)=0$$

$$\boxed{x^e=y^e=z^e}$$

$$120-4x+\lambda_1(-x)+\lambda_2(-x)=0$$
$$-x+\lambda_1(120-4x)+\lambda_2(-x)=0$$
$$-x+\lambda_1(-x)+\lambda_2(120-4x)=0$$

① $120-x(4+\lambda_1+\lambda_2)=0$
② $\lambda_1 120-x(1+4\lambda_1+\lambda_2)=0$
③ $\lambda_2 120-x(1+\lambda_1+4\lambda_2)=0$

① y ②

$$120-x(4+\lambda_1+\lambda_2)=\lambda_1 120-x(1+4\lambda_1+\lambda_2)$$

$$120=\lambda_1 120$$

$$\boxed{\lambda_1=1}$$

① y ③

$$\boxed{\lambda_2=1}$$

$x(\ldots)=0$

$$120 - X(1+1+4) = 0$$

$$120 = 6X$$

$$\boxed{20 = X^e = y^e = z^e}$$