

$f > c$

Handwritten notes for a game theory problem:

$$P_A = 144 - 6P_A + 18P_B$$

$$P_B = 144 - 6P_A + 18P_B$$

$$\frac{\partial P_A}{\partial P_A} = 144 - 12P_A + 18P_B = 0$$

$$\frac{\partial P_B}{\partial P_B} = 144 - 6P_A + 36P_B = 0$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Como debe haber un equilibrio en estrategias mixtas para que los jugadores no se desvíen de su estrategia mixta.

8. En el siguiente juego en forma normal, denotando con (p_A, p_B) una estrategia mixta de Ana y con (q_j, q_k, q_l) una estrategia mixta de Beto, tenemos los siguientes equilibrios de Nash en estrategias mixtas:

		Beto		
		j	k	l
Ana	A	(5,10)	(10,15)	(5,0)
	B	(0,20)	(5,5)	(10,25)

Handwritten solutions for the Nash equilibria:

(a) $(p_A, p_B) = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3}), (q_j, q_k, q_l) = (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$

(b) $(p_A, p_B) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (q_j, q_k, q_l) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(c) $(p_A, p_B) = (\frac{2}{7}, \frac{4}{7}), (q_j, q_k, q_l) = (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

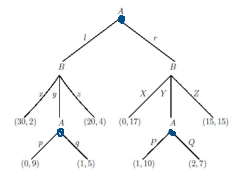
(d) todos los anteriores

Expected utility calculations:

$$E(U_A(\sigma_B = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))) = 5 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{2}$$

$$E(U_B(\sigma_A = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))) = \begin{cases} J \rightarrow 10 \cdot \frac{1}{2} + 20 \cdot \frac{1}{2} = \frac{30}{2} \\ K \rightarrow 15 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{20}{2} \\ L \rightarrow 0 \cdot \frac{1}{2} + 25 \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{2} \end{cases}$$

3 preguntas. Para las siguientes tres preguntas considere el siguiente juego en forma extensiva entre los jugadores A y B donde, en cada vector de pagos, el primer pago es el pago del jugador A y el segundo es el pago del jugador B.



- En este juego el jugador A tiene 3 estrategias y el jugador B tiene 6 estrategias.
 - (a) 3
 - (b) 4
 - (c) 4; 9
 - (d) 6; 6
- En este juego hay 3 subjuegos (incluyendo el juego completo):
 - (a) 3
 - (b) 4
 - (c) 1
 - (d) ninguna de las anteriores
- En este juego (0,17) es el equilibrio perfecto en subjuegos (solución por inducción hacia atrás) los pagos son:
 - (a) (0,17)
 - (b) (15,15)
 - (c) 10
 - (d) 10

Handwritten calculations for the extensive form game:

$$S_A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = 8$$

$$S_B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 9$$

Labels: x, y, z for player A; x, y, z for player B.

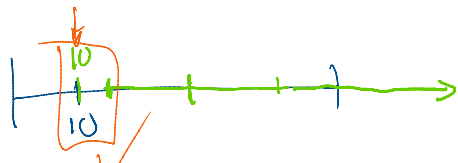
2 preguntas. Considere el siguiente juego de competencia en precios (Bertrand). Hay dos empresas cada una tiene costos de producción $CT_i(q_i) = 10q_i$. La demanda de mercado está dada por $Q(P) = 210 - P$. Cada empresa escoge su propio precio y aquella con menor precio tiene que vender la cantidad que se demanda a ese precio y la otra no vende nada, si ambas empresas escogen el mismo precio la cantidad demandada se divide entre los dos. Los precios de las empresas tienen que ser enteros.

- En este juego si la empresa A pone un precio igual a 180, la mejor respuesta de la empresa B es poner un precio:
 - (a) igual a 179
 - (b) 178
 - (c) 177
 - (d) 176

Handwritten profit maximization for Bertrand competition:

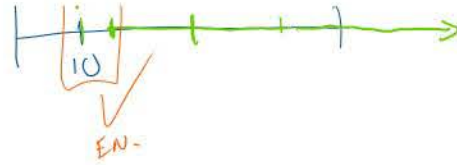
$$\pi = (210 - Q)Q - 10Q \rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial Q} = 210 - 2Q - 10 = 0$$

$$Q^* = 100, P^* = 110$$



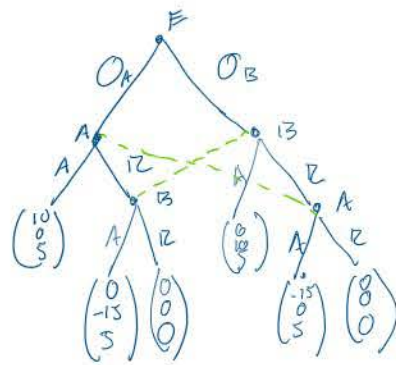
Los precios de las empresas tienen que ser enteros.

7. En este juego si la empresa A pone un precio igual a 180, la mejor respuesta de la empresa B es poner un precio:
- (a) igual a 179
 - (b) igual a 110
 - (c) igual a 70
 - (d) igual a 180



8. En este juego el perfil de estrategias $p_A = 11, p_B = 11$
- (a) es un equilibrio de Nash y es eficiente en el sentido de Pareto
 - (b) no es un equilibrio de Nash y no es eficiente en el sentido de Pareto
 - (c) es un equilibrio de Nash, y no es eficiente en el sentido de Pareto
 - (d) no es un equilibrio de Nash pero es eficiente en el sentido de Pareto

2. (30 puntos) Considere el siguiente juego entre dos personas Ana (A) y Beto (B) y una empresa (E). La empresa les entrevista para un trabajo y los dos les presentaron buenos candidatos pero solo tiene una posición disponible y tiene que decidir el orden en el que hace las ofertas (a Ana primero y Beto en segundo en caso que Ana rechace, o a Beto primero y Ana segundo en caso que Beto rechace). Si Ana recibe una oferta, Ana puede aceptarla o rechazarla, si Beto recibe una oferta puede aceptarla o rechazarla. Si la empresa le ofrece el trabajo primero a Ana, entonces Ana puede aceptarlo o rechazarlo; si Ana acepta el juego acaba y los pagos son de 10 para Ana, 0 para Beto, y 5 para la empresa; si Ana rechaza el trabajo entonces Beto recibe la oferta y puede aceptarlo en cuyo caso los pagos son 0 para Ana, -15 para Beto (no le gusta aceptar una oferta que rechaza Ana), y 5 para la empresa, o rechazarlo en cuyo caso los pagos son 0 para Ana, 0 para Beto, y 0 para la empresa. Similiteramente, si la empresa le ofrece el trabajo primero a Beto, entonces Beto puede aceptarlo o rechazarlo; si Beto acepta el juego acaba y los pagos son de 0 para Ana, 10 para Beto, y 5 para la empresa; si Beto rechaza el trabajo entonces Ana recibe la oferta y puede aceptarlo en cuyo caso los pagos son -15 para Ana (no le gusta aceptar una oferta que rechazó Beto), 0 para Beto, y 5 para la empresa, o rechazarlo en cuyo caso los pagos son 0 para Ana, 0 para Beto, y 0 para la empresa.



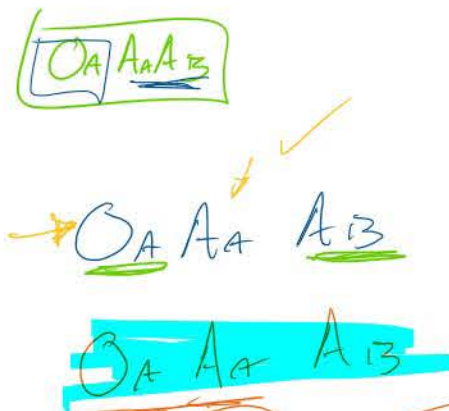
- (a) (10 puntos) Represente esta situación como un juego en forma extensiva (árbol), en los vectores de pagos ponga primero a Ana luego Beto y al final la Empresa.
- (b) (5 puntos) Para la representación en forma normal (jueles con las estrategias de Ana, cuáles son de Beto, y cuáles son de la empresa?
- (c) (5 puntos) Para cada perfil de estrategias, ¿cuál es el vector de pagos que se obtiene?
- (d) (5 puntos) Si la estrategia de la empresa es ofrecer el trabajo primero a Ana, argumente que la mejor estrategia de Ana es aceptar el trabajo independientemente de la estrategia de Beto.
- (e) (5 puntos) Argumente que un equilibrio de Nash de este juego es que la empresa le ofrece a Ana el trabajo primero, Ana acepta el trabajo en caso de recibir oferta, y Beto acepta el trabajo en caso de recibir oferta.
- (f) (5 puntos extra) Argumente que un equilibrio de Nash de este juego es que la empresa le ofrece con probabilidad 0.5 el trabajo a Ana, y con probabilidad 0.5 el trabajo a Beto; Ana rechaza el trabajo en caso de recibir oferta, y Beto acepta el trabajo en caso de recibir oferta.

$$S_E = \{ O_A, O_B \}$$

$$S_A = \{ A, R \}$$

$$S_B = \{ A, R \}$$

- 1) $O_A, A, A, B \rightarrow (10, 0, 5)$
- 2) $O_A, R, A, B \rightarrow (0, -15, 5)$
- 3) $O_A, A, R, B \rightarrow (10, 0, 5)$
- 4) $O_A, R, R, B \rightarrow (0, 0, 0)$
- 5) $O_B, A, A, B \rightarrow (0, 10, 5)$
- 6) $O_B, R, A, B \rightarrow (0, 10, 5)$
- 7) $O_B, A, R, B \rightarrow (-15, 0, 5)$
- 8) $O_B, R, R, B \rightarrow (0, 0, 0)$



$$\sigma_E = \left(\frac{1}{2} O_A, \frac{1}{2} O_B \right)$$

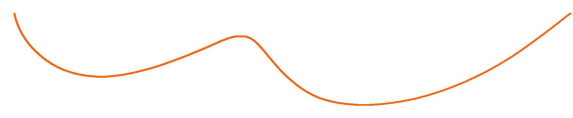
R_A, R_B

$$V_E(O_A, R_A, R_B) = 0$$

$$V_E(O_B, R_A, R_B) = 0$$

$$\therefore (A, R_B) = \frac{1}{2} 10 + \frac{1}{2} (-15) = \frac{-5}{2}$$

$4) U_B$ 110 100
 $8) O_B$ P_A $P_B \rightarrow (0, 0, 0)$



$\rightarrow A_{NA} \begin{cases} U_A(\sigma_E, A_A, P_B) = \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-15) = -\frac{5}{2} \\ U_A(\sigma_E, P_A, P_B) = 0 \end{cases}$

$\rightarrow B_{OTO} \begin{cases} U_B(\sigma_E, P_A, A_B) = \frac{1}{2} \cdot (-15) + \frac{1}{2} \cdot (10) = -\frac{5}{2} \\ U_B(\sigma_E, P_A, P_B) = 0 \end{cases}$

1. Un monopolista enfrenta demanda de dos mercados (A y B). El monopolista discrimina entre los mercados (3er grado) y en el óptimo el monopolista cobra un precio en el mercado A mayor que en el mercado B. En esta situación podemos asegurar que: $P_A > P_B$

el ingreso marginal (marginal revenue) del mercado A es igual al ingreso marginal (marginal revenue) del mercado B

el ingreso marginal (marginal revenue) del mercado A es mayor al ingreso marginal (marginal revenue) del mercado B

el ingreso marginal (marginal revenue) del mercado A es menor al ingreso marginal (marginal revenue) del mercado B

ninguna de las anteriores

$$\Pi = P_A(q_A)q_A + P_B(q_B)q_B - CT(q_A + q_B)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_A} = \text{Img}_A - \frac{\partial CT}{\partial Q} \cdot 1 = 0 \rightarrow \text{Img}_A = \text{cmg}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_B} = \text{Img}_B - \frac{\partial CT}{\partial Q} \cdot 1 = 0 \rightarrow \text{Img}_B = \text{cmg}$$

$$\Rightarrow \text{Img}_A = \text{Img}_B$$