Repaso Parcial 4

Thursday, March 30, 2023 12:34 PM

NOVIEMBRE 2022

Pregunta 2. (15 puntos)

Dos empresas, A y B, producen un producto que puede ser de alta calidad o de baja calidad.

La empresa A únicamente puede producir el producto de baja calidad y únicamente puede escoger entre producir 100 o 500 unidades de este producto y no tiene costos de producción.

La empresa B puede producir el producto de baja calidad o de alta calidad. Si produce de baja calidad tiene que escoger entre producir 100 o 500 unidades, y no tiene costos de producción. Si produce de alta calidad solo puede producir 200 unidades y su costo de producción es $CT_B(q_B, High) = 1600q_B$.

El precio al que venden sus unidades depende de las cantidades totales que haya en el mercado, denotando q_L la cantidad total de producto de baja calidad y q_H la cantidad total de producto de alta calidad, el precio del producto de baja calidad el $p_L = 1000 - q_L - 0.5q_H$ y el precio del producto de alta calidad es $p_H = 2000 - q_H$.

Cada empresa toma su decisión sin observar la decisión del otro. Represente esta situación en una matriz y encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras. La siguiente página está en blanco, puede responder esta pregunta en el espacio de abajo y en la siguiente página.

B

A	$q_L=100$	$q_L=500$	$q_H=200$
$q_L=100$	1 80000, 80000	3 40000, 200000	8 80000, 40000
$q_L=500$	2 200000, 40000	4 0, 0	6 200000, 40000

1 $\Pi_A = 100\cdot(1000-200-0.5(0))$

$\Pi_A = 100\cdot(800) = 80,000$

Π_B IGUAL

2 $\Pi_A = 500\cdot(1000-600-0.5(0))$

$\Pi_A = 500\cdot 400 = 200,000$

$\Pi_b = 100\cdot 400 = 40,000$

4 $\Pi_A = 500(1000-1000)$

$=0$

5 $\Pi_A = 100(1000-100-0.5(200))$

$\Pi_A = 100(800) = 80,000$

$\Pi_b = 200(2000-200) - 1600(200)$

$= 200(1800) - 1600(200)$

[illegible] 40000

$= 200(\ldots$

$= 200^2 = 40{,}000$

⑥ $\Pi_A = 500(1000 - 500 - 0.5(200))$

$= 500(400) = 200{,}000$

Considere la siguiente matriz de juego en forma normal entre Aldo y Beatriz. En cada casilla de la matriz el primer pago corresponde a Aldo y el segundo pago corresponde a Beatriz.

Beatriz

ALDO	J	K	L	M
p	65,10	~~45,5~~	82,25	45,35
q	~~35,25~~	~~20,20~~	~~65,10~~	~~25,15~~
r	65,75	~~15,65~~	85,75	45,45
s	105,15	~~25,10~~	75,0	62,25

$J \succ K$

$p \succ q$

(a) (5 puntos) En este juego, la(s) estrategia(s) estrictamente dominadas para Beatriz es(son): K.

(b) (5 puntos) En este juego la(s) estrategia(s) de Aldo que sobreviven el proceso de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas es(son) p, r, s.

(c) (5 puntos) En este juego el (los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras es (son) (r,L), (s,M)

Pregunta 4. (15 puntos)

Considere dos empresas, A y B, que producen el mismo producto y que compiten en precios (Bertrand). Cada empresa escoge el precio al que ofrece vender el producto, la empresa con menor precio se lleva todo el mercado al precio que ofreció y la empresa con el precio mayor no vende nada. Si ambas empresas ofrecen el mismo precio entonces cada empresa vende la mitad de la cantidad que se demanda.

La demanda del mercado es $q(p) = 1100 - p$, la empresa A tiene costos de producción $CT_A(q_A) = 100q_A$ y la empresa B tiene costos de producción $CT_B(q_B) = 100q_B$. Suponga por simplicidad que los precios deben ser números enteros.

(a) (5 puntos) La mejor respuesta de la empresa A si la empresa B tiene un precio $p_B = 650$ es poner un precio igual a 600.

(b) (5 puntos) La mejor respuesta de la empresa A si la empresa B escoge un precio $p_B = 50$ es: $\{51, 52, \dots\}$.

(c) Si buscamos perfiles de precios eficientes en el sentido de Pareto, tales que no exista otro perfil de precios que aumente los beneficios de una empresa sin disminuir los beneficios de la otra, un perfil de precios eficiente en el sentido de Pareto es: $(600, x) \quad \forall\, x \geq 600$

$(y, 600) \quad \forall\, y \geq 600$

Pregunta 6. (25 puntos)

Dos amigos, Aldo y Beatriz, tienen un negocio juntos. Cada uno tiene que decidir cuanto esfuerzo le dedica al negocio, denotamos el nivel de esfuerzo de Aldo con $x \geq 0$ y el nivel de esfuerzo de Beatriz con $y \geq 0$.

La decisión de esfuerzo es simultánea (Beatriz no observa el esfuerzo de Aldo al tomar su decisión y Aldo no observa el esfuerzo de Beatriz al tomar su decisión). Dado (x, y) el pago para Aldo es $u_A(x, y) = x\left(y^{0.5} - \frac{x}{2}\right)$, y el pago para Beatriz es $u_B(x, y) = 2(xy)^{0.5} - y$.

(a) (5 puntos) Encuentre la mejor respuesta de Aldo ante cada posible nivel de esfuerzo de Beatriz.

(b) (5puntos) Encuentre la mejor respuesta de Beatriz para cada estrategia de Aldo.

(c) (10 puntos) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras, y en una sola gráfica muestre las mejores respuestas de cada jugador y muestre los equilibrios de Nash.

(d) (5 puntos) Para cada equilibrio que encontró diga si es eficiente en el sentido de Pareto o ineficiente en el sentido de Pareto, justifique su respuesta.

Noviembre 2018

1. (30 puntos) En un pueblo viven 2 granjeros A y B, cada uno tiene que decidir simultáneamente (es decir, sin observar el número de vacas del otro) cuántas vacas tiene en su granja, denotamos $g_A \in \mathbb{R}_+$ las vacas del granjero A y $g_B \in \mathbb{R}_+$ las vacas del granjero B. Cada vaca les cuesta \$100 pesos mantenerla en su granja. Para alimentar las vacas los granjeros los llevan a un campo del municipio que tiene pastizales, el valor de la leche que obtienen de la vaca depende de que tan bien comen, si hay pocas vacas en el pastizal comen mucho y pueden vender la leche a un valor alto, mientras que si hay muchas vacas en el pastizal comen poco y pueden vender la leche en un valor bajo. Sea $V(G) = 900 - G^2$ el valor de la leche que se obtiene de cada vaca si hubo un total de G vacas en el pastizal, de forma que el pago para el granjero i si el lleva g_i vacas y el otro granjero lleva g_j vacas es $\pi_i(g_i, g_j) = (900 - (g_i + g_j)^2)g_i - 100g_i$.

   (a) (15 puntos) Encuentre el equilibrio de Nash simétrico (tal que $g_A = g_B$) de este juego.

   (b) (10 puntos) Escriba el problema para encontrar todas las cantidades (g_A, g_B) de vacas eficientes en el sentido de Pareto y las condiciones de primer orden (en este inciso no suponga que las cantidades son simétricas es decir permitimos $g_A \neq g_B$.

   (c) (5 puntos) Encuentre el perfil simétrico (tal que $g_A = g_B$) eficiente en el sentido de Pareto y compare la cantidad total de vacas en esta asignación eficiente con la cantidad total de vacas en el equilibrio (simétrico) del juego.

$$\pi_i(g_i, g_j) = (900 - (g_i + g_j)^2) g_i - 100 g_i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial g_i} = (900 - (g_i + g_j)^2) \cdot 1 + -2(g_i + g_j) \cdot 1 \cdot g_i - 100 = 0$$

$$g_i = g_j = g^*$$

$$\Rightarrow 900 - (2g^*)^2 - 2(2g^*)g^* - 100 = 0$$

$$900 - 4g^{*2} - 4g^{*2} - 100 = 0$$

$$800 = 8g^{*2}$$

$$100 = g^{*2}$$

$$\boxed{g^{*} = 10}$$

$$\boxed{EN = (g_a = 10,\ g_b = 10)}$$

(b)

$$\max_{g_a, g_b} \pi_A \quad s.a \quad \pi_b \geq \bar{\pi}$$

$$\max_{g_a, g_b} \mathcal{L} = [900 - (g_a + g_b)^2] g_a - 100 g_a + \lambda\left([900 - (g_a+g_b)^2] g_b - 100 g_b \geq \bar{\pi}\right)$$

(c)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_a} = 900 - (g_a+g_b)^2 \cdot 1 + -2(g_a+g_b) g_a - 100 + \lambda\left[-2(g_a+g_b) g_b\right] = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_b} = -2(g_a+g_b) g_a + \lambda\left[900 - (g_a+g_b)^2 - 2(g_a+g_b) g_b - 100\right] = 0$$

$$900 - (g_a+g_b)^2 - 2(g_a+g_b) g_a - 100 = \frac{-2(g_a+g_b) g_b}{(g_a+g_b)^2 - 2(g_a+g_b) g_b - 100}$$

$$\boxed{\frac{900-(g_a+g_b)^2-2(g_a+g_b)g_a-100}{-2(g_a+g_b)g_a} = \frac{-2(g_a+g_b)g_b}{900-(g_a+g_b)^2-2(g_a+g_b)g_b-100}}$$

$g_a = g_b = g$

$$\frac{800-(2g)^2-2(2g)g}{-2(2g)g} = \frac{-2(2g)g}{800-(2g)^2-4g^2}$$

$$\frac{800-8g^2}{-4g^2} = \frac{-4g^2}{800-8g^2}$$

$$(800-8g^2)^2 = +16g^4$$

$$\ldots^2 \ldots 64g^4 = 16g^4$$

$$800^2 - 2\cdot 8(800)y^2 + 64y^4 = 16y^4$$

$$800^2 - 16(800)y^2 + 48y^4 = 0$$

$$160000 - 4(800)y^2 + 12y^4 = 0$$

$$40,000 - 800y^2 + 3y^4 = 0$$

$$x = 10\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$x = 10\sqrt{2}$$

Pregunta 6 — 10 pts

Considere el siguiente juego entre dos personas, donde el primer pago es del jugador que escoge las filas y el segundo pago es del jugador que escoge ~~[illegible]~~: Columnas

	j	k	l	m	n	o
a	41, 13	22, 10	25, 4	[illegible], 10	29, 16	15, 7
b	45, 49	65, 4	[illegible], 18	15, 16	21, 37	15, 43
c	15, 18	9, 13	21, 7	65, 7	33, 19	51, 10
d	41, 10	29, 37	25, [illegible]	7, 4	15, 40	13, 1
e	29, 25	63, 121	25, [illegible]	25, 12	19, 1	1[illegible], 67
f	47, 12	19, 13	29, [illegible]	29, 4	23, 25	33, 19

Considerando únicamente estrategias puras (no considere mixtas), seleccione de las siguientes opciones todas aquellas que son verdaderas.

- ☐ "j" domina estrictamente a "m"
- ☐ "j" NO sobrevive el proceso de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas ✓
- ☐ "j" es estrictamente dominante ✗
- ☐ Existen únicamente dos equilibrios de Nash en estrategias puras ✓
- ☐ (33,19) es un equilibrio de Nash ✗ → EG (c, n)
- ☐ Hay únicamente tres perfiles de estrategias eficientes en el sentido de Pareto ✗ (HAY DOS)
- ☐ "a" NO sobrevive el proceso de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominantes → a si sobrevive.
- ☐ Hay únicamente dos perfiles de estrategias eficientes en el sentido de Pareto ✓

$j \succsim m$

$b \succsim d$

$b \succsim e$

$j \succsim k$

$j \succsim o$

$f \succsim b$

$n \succsim j$

Segunda Parte
Preguntas Abiertas
Únicamente se tomará en cuenta la respuesta escrita en el espacio abajo de la pregunta correspondiente.

1. (30 puntos) Ana y Beto son compañeros de clase y se pusieron de acuerdo para estudiar juntos de la siguiente forma: Ana estudiaría el tema X y Beto estudiaría el tema Y y luego Ana le explicaría a Beto el tema X y Beto le explicaría a Ana el tema Y. Si denotamos con x el tiempo que dedica Ana a estudiar el tema X y con y el tiempo que dedica Beto a estudiar el tema Y la función de utilidad de Ana es $u_A(x,y) = 3x^{1/3}y^{1/6} - x$, y la función de utilidad de Beto es $u_B(x,y) = 3x^{1/6}y^{1/3} - y$.
   - (a) (5 puntos) Si, partiendo de un perfil de estrategias en el que tanto Ana como Beto dedican tiempo positivo a estudiar ($x > 0$, $y > 0$), Ana aumenta su tiempo de estudio manteniendo el de Beto constante ¿que le pasa a la utilidad de Ana y que le pasa a la utilidad de Beto?
   - (b) (15 puntos) Suponiendo que Ana y Beto escogen el tiempo que cada uno dedica a estudiar su tema simultáneamente (sin observar el tiempo que el otro dedica), encuentre la mejor respuesta de Ana al tiempo que estudia Beto, la mejor respuesta de Beto al tiempo que estudia Ana, y el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras de este juego. Grafique las mejores respuestas y en la gráfica marque el(los) equilibrios de Nash.
   - (c) (5 puntos) Escriba el problema de maximización para encontrar los perfiles de estrategias (los tiempos de estudio) que son eficientes en el sentido de Pareto. ¿Es algún equilibrio de Nash en este juego eficiente en el sentido de Pareto?
   - (d) (5 puntos) Comparando el tiempo que se estudia en equilibrio de Nash con el tiempo que se estudia en un perfil de estrategias eficiente (x^e, y^e) en el sentido de Pareto donde Ana y Beto dedican el mismo tiempo de estudio $(x^e = y^e)$ ¿Podemos afirmar que en cualquier equilibrio (de Nash) se estudia menos tiempo de lo eficiente?

(a) $\dfrac{\partial U_A}{\partial x} = \boxed{x^{-2/3}y^{1/6} - 1}$

$\dfrac{\partial U_B}{\partial x} = \boxed{\dfrac{3}{6}x^{-5/6}y^{1/3} > 0}$

$x^{-2/3}y^{1/6} - 1 > 0$

$x^{-2/3}y^{1/6} > 1$

$\dfrac{y^{1/6}}{x^{2/3}} > 1$

$y^{1/6} > x^{2/3}$

$\boxed{y > x^{12/3} = x^4}$

(b) MRA

$\dfrac{\partial U_A}{\partial x} = x^{-2/3}y^{1/6} - 1 = 0$

$y^{1/6}$ [illegible]

equilibrio de Nash en este juego eficiente en el sentido de Pareto?

(d) (5 puntos) Comparando el tiempo que se estudia en equilibrio de Nash con el tiempo que se estudia en un perfil de estrategias eficiente (x^e, y^e) en el sentido de Pareto donde Ana y Beto dedican el mismo tiempo de estudio $(x^e = y^e)$ ¿Podemos afirmar que en cualquier equilibrio (de Nash) se estudia menos tiempo de lo eficiente?

$\frac{\partial U_A}{\partial x} = \dots$

$\frac{y^{1/6}}{x^{2/3}} = 1$

$y^{1/6} = x^{2/3}$

$y = x^{12/3} = x^4$

$\boxed{y^{1/4} = x = MR_A(y)}$

MRb

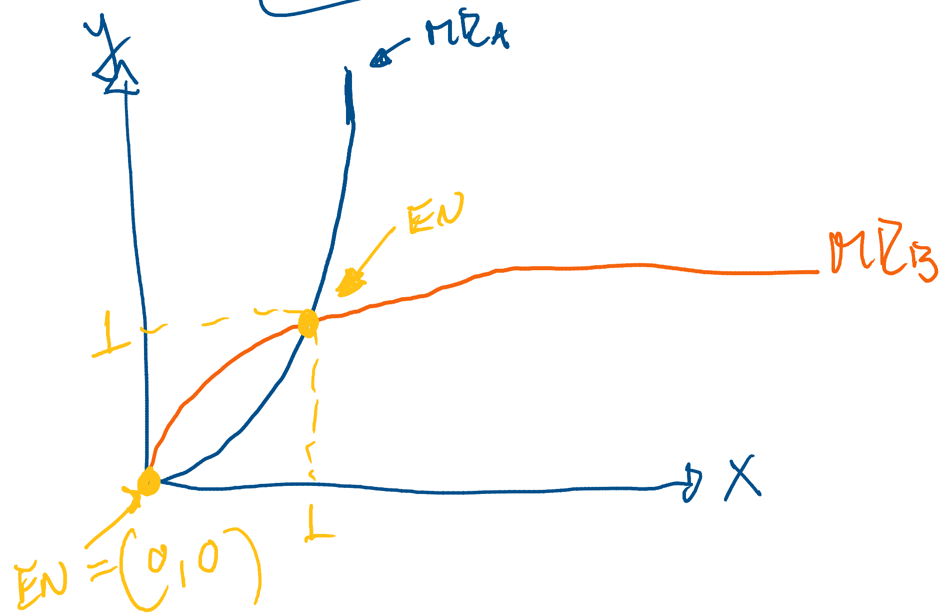
$\frac{\partial U_B}{\partial y} = x^{1/6} y^{-2/3} - 1 = 0$

$\frac{x^{1/6}}{y^{2/3}} = 1$

$x^{1/6} = y^{2/3}$

$x = y^{12/3} = y^4$

$\boxed{x^{1/4} = y = MR_B(x)}$



$x^{1/4} = y$ MRB

$y = x^4$ MRA

$x^{1/4} = x^4$

$x = x^{16}$

$1 = x^{15}$

ERROR! (ASUME $x \neq 0$)

$x = x^{16}$

$0 = x^{16} - x$

$0 = x(x^{15} - 1)$

$x = 0$ $x = 1$

CORRECTO

$1 = x$

$x = 1$

$\cancel{x}$

$x = 0$ ✓ $\quad x = 1$ ✓

$y = 0 \quad y = 1$

$EN = \left\{ (x=0,\ y=0),\ (x=1,\ y=1) \right\}$

(c)

$$\max_{x,y} U_A \quad \text{s.a.} \quad U_B \geq \bar{U}$$

$$\max_{x,y} \; 3x^{1/3}y^{1/6} - x + \lambda\left(3y^{1/3}x^{1/6} - y - \bar{U}\right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = x^{-2/3}y^{1/6} - 1 + \lambda \frac{3}{6} y^{1/3} x^{-5/6} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{3}{6} x^{1/3} y^{-5/6} + \lambda\left(y^{-2/3}x^{1/6} - 1\right) = 0$$

$$\boxed{\frac{x^{-2/3}y^{1/6} - 1}{\frac{1}{2} x^{1/3} y^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2} y^{1/3} x^{-5/6}}{y^{-2/3}x^{1/6} - 1}}$$

O.P.

$$\frac{1}{2} x^{1/3} y^{-5/6}$$

¿$(0,0)$ soluciona Eq. O.P.? No, Indef.

¿$(1,1)$ soluciona..? = No, Indef

$\to x^{e} = y^{e} = z$

$$\frac{z^{-2/3} z^{1/6} - 1}{\frac{1}{2} z^{1/3} z^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2} z^{1/3} z^{-5/6}}{z^{-2/3} z^{1/6} - 1}$$

$$\frac{z^{-3/6} - 1}{\frac{1}{2} z^{-3/6}} = \frac{\frac{1}{2} z^{-3/6}}{z^{-3/6} - 1}$$

$$\left(z^{-1/2} - 1\right)^2 = \frac{1}{4}\left(z^{-1/2}\right)^2$$

$$\left(z^{-1/2}-1\right) = \frac{1}{4}(\right.$$

$$z^{-1} - 2z^{-1/2} + 1 = \frac{1}{4}z^{-1}$$

$$\boxed{\frac{3}{4}z^{-1} - 2z^{-1/2} + 1 = 0}$$

$$3z^{-1} - 8z^{-1/2} + 4 = 0$$

$$w = z^{-1/2}$$
$$w^2 = z^{-1}$$

$$3w^2 - 8w + 4 = 0$$

$$(w-2) = 0$$

$$(3w-2)(w-2)=0$$

$$w = 2/3 \quad \text{o} \quad w = 2$$

$$z^{-1/2} = 2/3 \quad \text{o} \quad z^{-1/2} = 2$$

$$\frac{3}{2} = z^{1/2} \quad \text{o} \quad \frac{1}{2} = z^{1/2}$$

$$\frac{9}{4} = z \quad \text{o} \quad \frac{1}{4} = z$$

$$\underline{\text{O.P}} \quad \underline{\left(\frac{9}{4}, \frac{9}{4}\right)} \quad \text{o} \quad \underline{\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)}$$