Repaso Final 3 - Final Otoño 2019

Wednesday, May 20, 2020 2:29 PM

1. Considere una economía de intercambio puro con dos productos X e Y y dos consumidores A y B. Denotamos con (x_i^0, y_i^0) la canasta que maximiza la utilidad de la persona i sujeto a su restricción presupuestal con precios (p_X^0, p_Y^0). Si con los precios (p_X^0, p_Y^0) existe un exceso de oferta en el mercado X podemos asegurar que la asignación $\{(x_A^0, y_A^0), (x_B^0, y_B^0)\}$ NO es eficiente en el sentido de Pareto porque ________

   (a) con los precios de equilibrio ambos consumidores están mejor
   (b) la asignación no es factible → LEY DE WALRAS
   (c) si le damos al consumidor A la cantidad sobrante de X el mejora y el consumidor B no empeora (CIERTO, PERO COMO NO FACTIBLE, NO ES UN O.P.)
   (d) todas las anteriores

→ FALSO (NO SABEMOS)

$$(x_i^0, y_i^0) = \arg\max U_i(x_i, y_i)$$
$$\text{s.t. } P_X^0 x_i + P_Y^0 y_i \le P_X^0 W_X^A + P_Y^0 W_Y^A$$

DOTACIÓN

$$\boxed{X_A^0 + X_B^0 < W_X^A + W_X^B}$$

→ HAY UN EXCESO DE DD EN Y [POR LA LEY DE WALRAS.]

2. Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores y tres bienes. Cada consumidor tiene función de utilidad estrictamente monótona. Con precios $p_X = 10$ y $p_Y = 5$ y $p_Z = 25$ existe un exceso de demanda del bien X de 30 unidades y un exceso de oferta del bien Y de 50 unidades. Podemos asegurar que con estos precios en el mercado del bien Z

   (a) existe un exceso de oferta de 50 unidades
   (b) existe un exceso de demanda de 50 unidades
   ✓ (c) no hay exceso de oferta ni demanda y se encuentra en equilibrio
   (d) un exceso de oferta de 2 unidades

LEY DE WALRAS

$$\underbrace{Z(P)}_{\text{EXCESO DEMANDA}} \cdot P = 0$$

→ PRECIO

→ PRODUCTO PUNTO.

$$(30, -50, Z_Z) \cdot (10, 5, 25) = 0$$
$$30 \cdot 10 + 5(-50) + Z_Z(25) = 0$$

$$\to Z_Z = \frac{5(50) - 10(30)}{25} = \frac{250 - 300}{25} = \frac{-50}{25} = -2$$

En una economía con un consumidor, dos bienes de consumo X e Y, dos insumos en la producción capital y trabajo. El consumidor tiene función de utilidad monótona $u(x, y)$, cuenta con una dotación de una unidad de tiempo que ofrece inelásticamente y 100 unidades de capital que ofrece inelásticamente en los mercados de insumos, además es dueño de las empresas que producen los bienes X e Y. La producción de X se lleva a cabo con la función de producción $f_X(l_X, k_X)$ y la producción de Y se lleva a cabo con la función de producción $f_Y(l_Y, k_Y)$.

3. En esta economía la Ley de Walrás nos dice que:

   (a) si en el mercado del bien X hay un exceso de demanda entonces en el mercado del bien Y hay un exceso de oferta
   (b) si en el mercado de un insumo hay un exceso de demanda entonces también hay exceso de demanda en el mercado de algún bien de consumo
   (c) si en el mercado de trabajo hay un exceso de demanda entonces en el mercado de capital hay un exceso de oferta
   (d) ninguna de las anteriores

$$Z(P) \cdot P = 0$$

$$\to \boxed{Z_X \cdot P_X + Z_Y \cdot P_Y + Z_L \cdot P_L + Z_K \cdot P_K = 0}$$

→ 3 MCDOS EN EQ → 4 TO MCDO EN EQ.

4. Si un monopolista con costo marginal positivo vende en un punto donde la elasticidad de la demanda es igual a -0.5, podemos asegurar que no está maximizando beneficios ya que si disminuye la cantidad que produce:

   (a) su ingreso aumenta y su costo disminuye
   (b) su ingreso y su costo aumentan pero su ingreso aumenta más que sus costo
   (c) su ingreso y su costo disminuyen pero su ingreso disminuye menos que sus costo
   (d) ninguna de las anteriores

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}$$

$$\Pi = P(Q)Q - C(Q)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = \underbrace{\frac{\partial P}{\partial Q} \cdot Q + P}_{\text{Img}} - \underbrace{\frac{\partial C}{\partial Q}}_{\text{Cmg}} = 0$$

$$\to P\Big(\overbrace{\frac{\partial P}{\partial Q} \cdot \frac{Q}{P} + 1}^{\text{Img}}\Big) - \frac{\partial C}{\partial Q} = 0$$

$$P\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right) - \frac{\partial C}{\partial Q} = 0$$

$$\text{SI } \varepsilon = -0.5 \Rightarrow \frac{1}{\varepsilon} + 1 = -1$$

$$\text{Img} = P\left(\tfrac{1}{\varepsilon} + 1\right) = -P = \frac{\partial I}{\partial Q}$$

$$\text{Cmg} = \frac{\partial C}{\partial Q} > 0$$

5. Considere un monopolio que puede separar su demanda en dos mercados. Al comparar los mercados cuando al monopolista se le permite discriminar en precios (cobrar un precio distinto en cada mercado) que cuando no se le permite discriminar (tiene que cobrar el mismo precio en ambos mercados) podemos asegurar que:

   (a) el excedente de los consumidores de ambos mercados es menor o igual cuando se le permite discriminar
   (b) el excedente del productor de ambos mercados es mayor o igual cuando se le permite discriminar
   (c) la cantidad total que vende es mayor cuando se le permite discriminar
   (d) todas las anteriores

$$\max_{P_A, P_B} \Pi^{3\,\text{GRADO}} = Q_A(P_A) - Q_A(P_A)C + Q_B(P_B) - Q_B(P_B)C$$

$$\max_{P} \Pi^{\text{MONOP}} = Q_A(P) - Q_A(P)C + Q_B(P) - Q_B(P)C$$

$$\Pi^{3\,\text{GRADO}} \geq \Pi^{\text{MONO}}$$

3 preguntas. Considere el siguiente juego en forma normal.

		Beto		
		W	X	Y
Ana	f	(20,5)	(70,10)	(0,15)
	g	(30,30)	(20,5)	(4,25)
	h	(40,-5)	(60,-3)	(10,0)

$$\boxed{h >> g}$$
$$\boxed{Y >> X}$$

6. En este juego, considerando dominancia estricta únicamente en estrategias puras (no considere dominancia por una estrategia mixta):

   (a) la estrategia g está estrictamente dominada para Ana; y la estrategia Y es estrictamente dominante para Beto
   ✓ (b) la estrategia g está estrictamente dominada para Ana; y la estrategia X está estrictamente dominada para Beto
   (c) la estrategia h es estrictamente dominante para Ana, y la estrategia X está estrictamente dominada para Beto
   (d) todas las anteriores

	W	Y
f	20,5	0,15
h	40,-5	10,0

→ Y >> W

	Y
f	0,15
h	10,0

h >> f ⇒ h (10, 0)

⇓

EN h(h, Y) ↓.

$$P_g = 0$$
$$P_X = 0$$

7. Denotando con p_f, p_g, p_h las probabilidades con las que Ana juega cada una de sus estrategias, y con p_W, p_X, p_Y las probabilidades con las que Beto juega cada una de sus estrategias. En este juego un equilibrio de Nash en estrategias mixtas es:

   (a) $(p_f, p_g, p_h) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0); (p_W, p_X, p_Y) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6})$
   (b) $(p_f, p_g, p_h) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}); (p_W, p_X, p_Y) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6})$
   (c) $(p_f, p_g, p_h) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0); (p_W, p_X, p_Y) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0)$

7. Denotando con p_f, p_g, p_h las probabilidades con las que Ana juega cada una de sus estrategias, y con p_W, p_X, p_Y las probabilidades con las que Beto juega cada una de sus estrategias. En este juego un equilibrio de Nash en estrategias mixtas es:

(a) $(p_f, p_g, p_h) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0); (p_W, p_X, p_Y) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6})$
(b) $(p_f, p_g, p_h) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}); (p_W, p_X, p_Y) = (0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6})$
(c) $(p_f, p_g, p_h) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0); (p_W, p_X, p_Y) = (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0)$
(d) ninguna de las anteriores

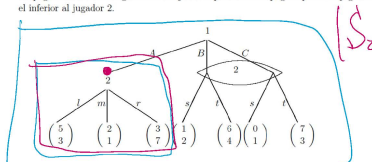
$P_g = 0$
$P_x = 0$

8. Si este juego se repite 2 periodos y la persona no descuenta el futuro (el factor de descuento es $\delta = 1$), y entre cada periodo se observan las acciones que se jugaron en el periodo anterior, en el juego repetido podemos asegurar que:

(a) se tiene que jugar un equilibrio de Nash estático en todos los subjuegos que empiezan en el segundo periodo
(b) en el primer periodo se puede jugar un perfil de acciones distintas a las de equilibrios de Nash del juego de etapa
(c) en cada periodo se deben jugar acciones eficientes en el sentido de Pareto porque al ser juego repetido se busca la cooperación
(d) todas las anteriores

X (TOCA EL EN. DEL JUEGO BASE).

3 preguntas. Para las siguientes preguntas considere el siguiente juego en forma extensiva. Hay dos jugadores $\{1, 2\}$. El jugador 1 inicia el juego escogiendo entre tres posibles acciones $\{A, B, C\}$. Si el jugador 1 escoge A el jugador 2 observa esta acción y tiene que escoger entre 3 posibles acciones $\{l, m, r\}$; si el jugador 1 escoge B o C el jugador 2 no puede observar que acción escogió el 1 y tiene que escoger entre las acciones $\{s, t\}$. Con los pagos dados en el diagrama de abajo correspondiendo el pago superior al jugador 1 y el inferior al jugador 2.



l, m, ó r   s ó t

$|S_2| = |\{(\underset{3 \text{ opciones}}{\ }, \underset{2 \text{ opciones}}{\ })\}| = 6$

9. En este juego el jugador 2 tiene ________ estrategias, y en este juego hay _______ subjuegos.

(a) 6; 2
(b) 6; 1
(c) 5; 3
(d) 6; 3

EN

S_2

S_1	LS	LT	MS	MT	rS	rT
A	5,3	5,3	2,1	2,1	3,7	3,7
B	1,2	6,4	1,2	6,4	1,2	6,4
C	0,1	7,3	0,1	7,3	0,1	7,3

EN = { (A, rS), (C, LT), (C, MT), (C, rT) }

EPS
SUBJUEGO PROPIO
HAY Q' JUGAR
r

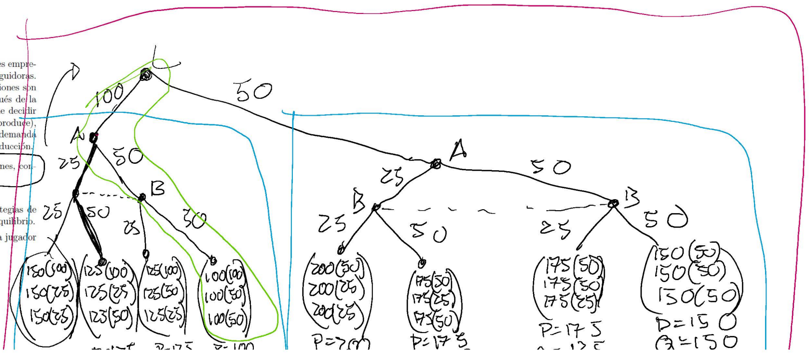
EPS = { (A, rS), (C, rT) }.

10. Un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos es ________ y un equilibrio de Nash que NO es perfecto en subjuegos es _______.

(a) $(A;\ r, s)$; $(B;\ l, t)$
(b) $(B;\ l, t)$; $(C;\ l, t)$
(c) $(A;\ r, s)$; $(C;\ l, t)$
(d) ninguna de las anteriores

1. (25 puntos) Considere el siguiente modelo de competencia oligopolística. Hay tres empresas L, A, y B. La empresa L es la líder de mercado y las empresas A y B son seguidoras. La empresa líder comienza el juego y tiene que decidir cuánto produce, sus opciones son producir $q_L = 100$ o $q_L = 50$ (solo puede producir esas dos cantidades). Después de la empresa líder las empresas A y B observan la cantidad de la líder y tienen que decidir cuánto producen ellas (cada una decide su cantidad sin observar lo que la otra produce), cada una de estas empresas tiene que escoger si produce $q_i = 25$ o $q_i = 50$. La demanda inversa del producto es $P(Q) = 300 - Q$ y ninguna empresa tiene costos de producción.

(a) (5 puntos) Muestre el juego en su forma extensiva (árbol) incluyendo acciones, conjuntos de información, y pagos.
(b) (5 puntos) Muestre cada subjuego de este juego
(c) (10 puntos) Encuentre el (los) equilibrio(s) perfecto(s) en subjuegos (estrategias de cada jugador), el sendero de juego de cada equilibrio, y los pagos de cada equilibrio.
(d) (5 puntos) Escriba este juego en forma normal (estratégica) dando para cada jugador cuáles son sus estrategias, y los pagos para cada perfil de estrategias.



EN SUBJUEGO IZQ

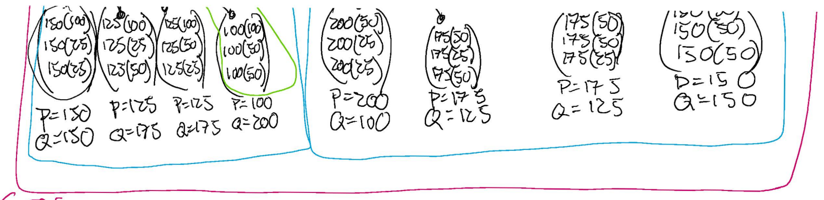
A \ B	25	50
25	150(25), 150(25)	125(25), 125(50)
50	125(50), 125(25)	100(50), 100(50)

$EN_{IZQ} = (50, 50)$

SUBJUEGO DERECHA

A \ B	25	50
25	200(25), 200(25)	175(25), 175(50)
50	175(50), 175(25)	150(50), 150(50)

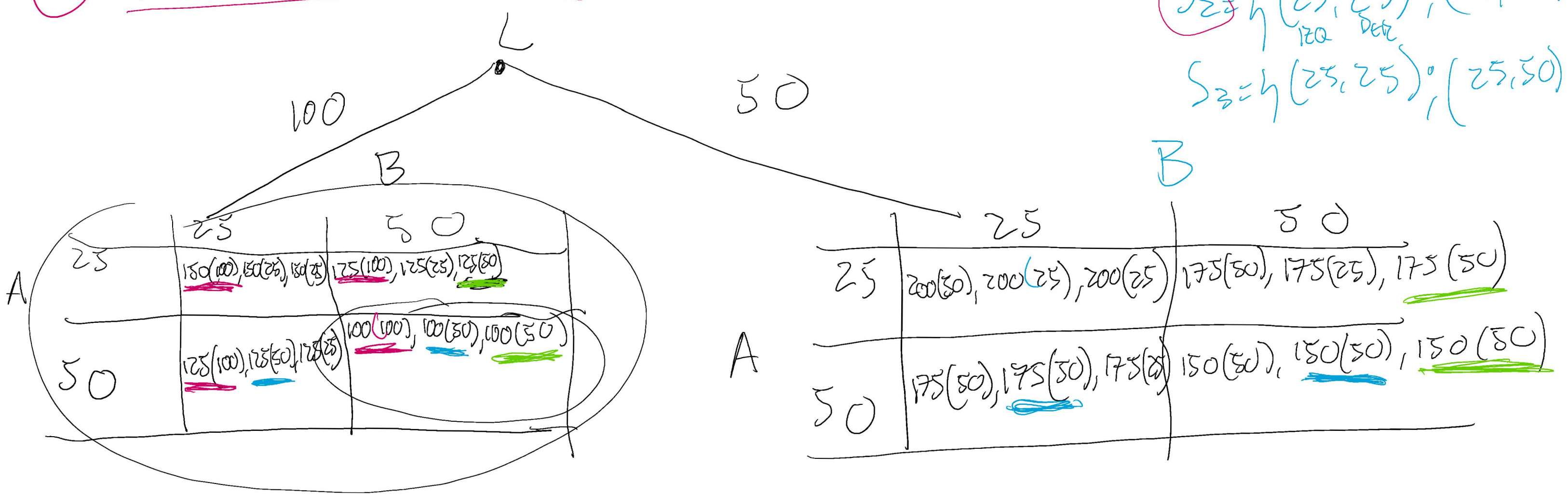
$EN_{DER} = (50, 50)$



$EN_{SBIZQ} = (50,50)$ $EN_{DER} = (50,50)$

ⓑ 3 SUBJUEGOS

ⓒ EN JUEGO COMPLETO



$S_1 = \{100, 50\}$

$S_2 = \{\underset{IZQ}{(25,25)}; \underset{DER}{(25,50)}; (50,25); (50,50)\}$

$S_3 = \{(25,25); (25,50); (50,25)(50,50)\}$

$\Rightarrow EPS = \{\underbrace{100}_{S_1}, \underbrace{(50,50)}_{S_2}; \underbrace{(50,50)}_{S_3}\}$

↳ SENDERO

L JUEGA 100
A -"- 50
B " 50

$\Rightarrow$ PAGOS $100(100) = \Pi_L$
$100(50) = \Pi_A$
$100(50) = \Pi_B$

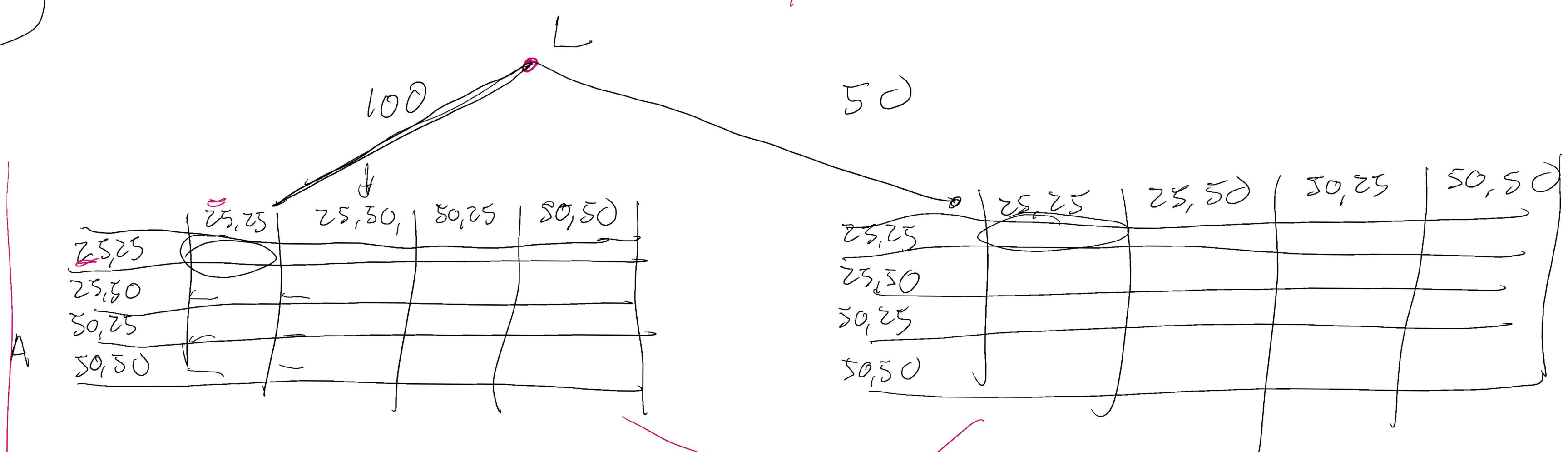
ⓓ FORMA NORMAL

3 JUGADORES {L, A, B}

$S_1 = \{100, 50\}$

$S_2 = \{(25,25), (25,50), (50,25), (50,50)\} = S_3$

$(U_L, U_A, U_B)(S_1, S_2, S_3) = \{32 \text{ POSIBILIDADES}\}$



SE LLENA CON ...

2. (35 puntos) Considere el siguiente juego de contribuciones voluntarias a un bien público. Hay dos personas A y B, y dos bienes X e Y. El bien X es un bien privado y el bien Y es un bien público. Hay mercados donde cada persona decide cuanto compra de cada producto, denotamos con (x_A, y_A) las cantidades que la persona A compra de los productos y con (x_B, y_B) las cantidades que B compra de los productos. Los precios de los productos son $p_X = 1$ y $p_Y = 1$. La persona A tiene un ingreso de 120 pesos y la persona B tiene un ingreso de 120 pesos. La utilidad de cada consumidor depende no solo de la cantidad que él compra sino también dependen de la cantidad del bien público que el otro compra (el se beneficia del bien público que el otro compra) y las funciones de utilidad son $u_A(x_A, y_A, y_B) = x_A(y_A + y_B)$ y $u_B(x_B, y_B, y_A) = x_B(y_B + y_A)$.

(a) (15 puntos) Suponga que cada consumidor decide cuánto compra de cada producto sin observar las cantidades que compra el otro. Encuentre las mejores respuestas de cada jugador, el(los) equilibrio(s) de Nash de este juego, y encuentre la cantidad total del bien público que habrá en esta economía. Grafique las mejores respuestas de los jugadores (únicamente del bien público) y muestre el equilibrio de Nash.

(b) (5 puntos) Escriba el problema para encontrar todos los perfiles de estrategias eficientes en el sentido de Pareto de este juego y muestre que, en equilibrio, se compra una cantidad menor que la eficiente del bien público.

(c) (5 puntos) Encuentre la asignación eficiente en el sentido de Pareto simétrica (en la cual cada consumidor compra la mitad de la cantidad total del bien público, es decir, $y_A = y_B$).

(d) (10 puntos) Suponga que este juego se repite infinitas veces, que el factor de descuento de cada persona es $\delta = 0.99$. ¿Existe algún equilibrio perfecto en subjuegos en el que en el sendero de juego en todos los periodos se jueguen las cantidades del inciso anterior (eficientes simétricas)? En caso afirmativo cuáles son las estrategias de este equilibrio y muestre que esas estrategias son un equilibrio perfecto en subjuegos, en caso negativo demuestre que no existe dicho equilibrio. Pista: considere estrategias de gatillo (trigger strategies) vistas en clase.

ⓐ $\max_{X,Y} U$ s.t. $P_X X + P_Y Y \leq I$

$\max_{X_i, Y_i} X_i(Y_i + Y_{-i})$ s.t. $X_i + Y_i \leq I_i$

$\mathcal{L} = X_i(Y_i + Y_{-i}) + \lambda(I_i - X_i - Y_i)$

Se llena con árbol

Junto

$\mathcal{L} = x_i(y_i + y_{-i}) + \lambda(I_i - x_i - y_i)$

CPO

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = y_i + y_{-i} - \lambda = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_i} = x_i - \lambda = 0$

$\frac{y_i + y_{-i}}{x_i} = 1 = \frac{\lambda}{\lambda}$

$\boxed{y_i + y_{-i} = x_i}$

$\boxed{I_i = x_i + y_i} = y_i + y_{-i} + y_i = 2y_i + y_{-i}$

$\boxed{y_i = \frac{I_i - y_{-i}}{2} = MR_i(y_{-i})}$

$y_A = \frac{120 - y_B}{2} \Rightarrow y_A = \frac{120 - \left(\frac{120 - y_A}{2}\right)}{2}$

$y_B = \frac{120 - y_A}{2}$

$y_A = 60 - \frac{120}{4} + \frac{y_A}{4}$

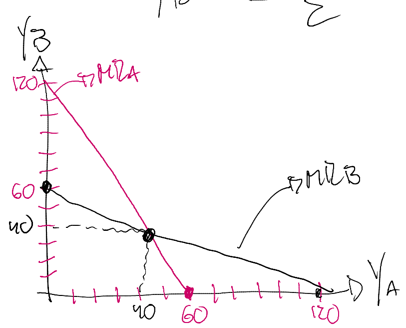
$\frac{3y_A}{4} = 60 - 30 = 30$

$y_A^* = 40$

$y_B^* = 40$

$EN = (y_A = 40, y_B = 40)$

$y_{TOTAL} = 80$



(b) $\max_{x_A, x_B, y_A, y_B} x_A(y_A + y_B)$ s.a $x_B(y_A + y_B) \geq \bar{U}$

$240 \geq (x_A + x_B)P_x + (y_A + y_B)P_y$ $\to 1$ $\to 1$

Equivalente

$\max_{x_A, x_B, Y} x_A(Y)$ s.a $x_B(Y) \geq \bar{U}$

$240 \geq (x_A + x_B) + Y$

$\boxed{Y = y_A + y_B}$

$\mathcal{L} = x_A Y + \lambda_1(Y x_B - \bar{U}) + \lambda_2(Y + x_A + x_B - 240)$

CPO

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A}: Y + \lambda_2 = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial}: +\lambda_1 Y + \lambda_2 = 0$

$\Rightarrow \frac{\cancel{Y}}{+\lambda_1 \cancel{Y}} = \frac{\cancel{\lambda_2}}{\cancel{\lambda_2}} \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 1}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_B}: +\lambda_1 Y + \lambda_2 = 0 \qquad \Rightarrow Y = -\lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y}: X_A + \lambda_1 X_B + \lambda_2 = 0 \qquad X_A + X_B = -\lambda_2$$

$$\Rightarrow \boxed{Y = X_A + X_B}$$

$$240 = X_A + X_B + Y$$

$$240 = 2Y$$

$$\boxed{Y = 120}$$

$$\boxed{\text{Gen O.P. } Y = 120}$$

(c)

$$\boxed{\begin{aligned} Y_A &= 60 \\ Y_B &= 60 \end{aligned}}$$

(d)

$$S_t = \begin{cases} t=1 & (60,60) \\ t>1 & \begin{cases} (60,60) & \text{si } h_t = (60,60,\dots,60) \\ (40,40) & \text{si } h_t \neq (60,60,\dots,60) \end{cases} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Subjuegos } h_t \neq (60,\dots,60)}$$

$$V(\text{No Desv}) = U(40,40) + \delta U(40,40) + \delta^2 U(40,40) + \dots$$

$$V(\text{Desv}) = U(Y_A, 40) + \delta U(40,40) + \delta^2 U(40,0) + \dots$$

$$V(\text{No Desv}) \geq V(\text{Desv})$$

$$\boxed{U(40,40) \geq U(Y_A, 40)} \rightarrow \text{Cierto pues } MR_A(40) = 40$$

$$\boxed{\text{Subjuegos} \quad h_t = (60, 60, \ldots, 60)}$$

$$V(\text{No Desv}) = U(60,60) + \delta U(60,60) + \delta^2 U(60,60) + \ldots$$
$$= U(60,60)\left[1 + \delta + \delta^2 + \ldots\right]$$
$$= \frac{U(60,60)}{1-\delta}$$

$$V(\text{Desvio}) = U(Y_A, 60) + \delta U(40,40) + \delta^2 U(40,40) + \ldots$$
$$= U(Y_A, 60) + \delta U(40,40)\left[1 + \delta + \delta^2 + \ldots\right]$$
$$= U(Y_A, \underline{60}) + \frac{\delta U(40,40)}{1-\delta}$$
$$= U(\underset{\uparrow}{30}, 60) + \frac{\delta}{1-\delta} U(40,40)$$

$MR_A(Y_B = 60)$

$$V(\text{No Desv}) \geq V(\text{Desv})$$

$$\frac{U(60,60)}{1-\delta} \geq U(30,60) + \frac{\delta}{1-\delta} U(40,40)$$

$$\frac{\overbrace{60}^{X_A}(\overbrace{120}^{Y_A+Y_B})}{1-\delta} \geq \overbrace{90}^{X_A}(\overbrace{90}^{Y_A+Y_B}) + \frac{\delta}{1-\delta} \overbrace{80}^{X_A}(\overbrace{80}^{Y_A+Y_B})$$

$$\frac{6(12)}{1-\delta} \geq 9(9) + \frac{\delta}{1-\delta} 8(8)$$

$$\frac{72}{} \geq 81 + \frac{\delta}{} 64$$

$$\frac{72}{1-\delta} \geq 81 + \frac{\delta}{1-\delta} 64$$

$$72 \geq 81(1-\delta) + 64\delta$$

$$72 \geq 81 - 81\delta + 64\delta$$

$$(81-64)\delta \geq 81-72$$

$$\boxed{\delta \geq \frac{81-72}{81-64} = \frac{9}{17} \approx 0.5294}$$

SI ES UN EPS

YA Q $\boxed{\delta = 0.99}$