Segundo Parcial - Otoño 2019

miércoles, 15 de abril de 2020 02:48 p. m.

4 preguntas. Para las siguientes preguntas considere el siguiente juego en forma normal.

Beto

Ana	~~W~~	~~X~~	Y	Z
f	~~(1,2)~~	~~(3,4)~~	(6,8)	(12,4)
g	~~(38,5)~~	~~(4,7)~~	(10,8)	(6,12)
~~h~~	~~(30,30)~~	~~(2,32)~~	~~(1,20)~~	~~(3,18)~~

(f, w) Lo Pareto Domina (g, x)

(g, w) NO Lo Pareto Domina NADA

(h, w) " " " "

(f, x) Lo Pareto Domina (h, w)

(g, x) " " "

(h, x) NO HAY NADA Q' Lo Pareto Domine

(f, y) Lo Pareto Domina (h, w)

(g, Y), (h, x), (f, Z), (g, Z), (h, Z) Los Pareto Domina (h, w)

1. En este juego existen 3 perfiles de estrategias que son eficientes en el sentido de Pareto

(g, w)

(h, w)

(h, x)

2. En este juego las estrategias de Ana que sobreviven el proceso de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas son f, g, y las estrategias de Beto que sobreviven el proceso de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas son Y, Z.

$g \succ_A h$ PARA ANA

$X \succ_B W$ BETO

$Y \succ_B X$ BETO

3. En términos de Equilibrio de Nash en estrategias puras este juego tiene 0 equilibrio(s) de Nash.

BETO

ANA	Y	Z
f	6,8	12,4
g	10,8	6,12

$MR_A(S_B = Y) = g$

$MR_A(S_B = Z) = f$

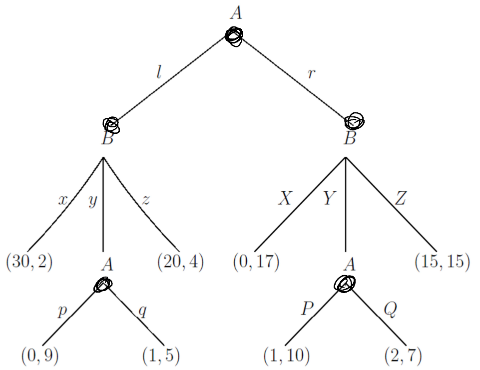
$MR_B(S_A = f) = Y$

$MR_B(S_A = g) = Z$

4. Si denotamos con (p_f, p_g, p_h) y (p_W, p_X, p_Y, p_Z) un perfil de estrategias mixtas, donde p_i es la probabilidad de jugar la estrategia i, un equilibrio de Nash en estrategias puras es:.

NO ESTA EN EL PARCIAL.

3 preguntas. Para las siguientes tres preguntas considere el siguiente juego en forma extensiva entre los jugadores A y B donde, en cada vector de pagos, el primer pago es el pago del jugador A y el segundo es el pago del jugador B.



1. ¿CUANTAS CONTINGENCIAS TIENE CADA JUGADORES?

A) 3 CONTINGENCIAS

B) 2 CONTINGENCIAS

$|S_A| = \{ \overset{l \text{ ó } r,\ p \text{ ó } q,\ P \text{ ó } Q}{(\ ,\ ,\ )} \}| = 2 \times 2 \times 2 = 8 \Rightarrow S_A = \{ (l, p, P), (l, p, Q), (l, q, P), (l, q, Q), (r, p, P), (r, p, Q)$

ARRIBA

(0, 9) (1, 5) (1, 10) (2, 7)

ARRIBA

ABAJO IZQ

ABAJO DERECHA

(rpP), (rpQ)

(rqP), (rqQ)}

5. En este juego el jugador A tiene 8 estrategias y el jugador B tiene 9 estrategias.

$$|S_B| = \{(\overset{x,y,z}{\_}, \overset{x,y,z}{\_})\} = 3 \cdot 3 = 9$$

IZQ DER

$$S_B = \{(xX)(xY)(xZ)\,(yX)(yY)(yZ)\,(zX)(zY)(zZ)\}$$

6. En este juego hay ______ subjuegos (incluyendo el juego completo):

NO VIENE EN EL PARCIAL

7. En este juego ______ en el equilibrio perfecto en subjuegos (solución por inducción hacia atrás) los pagos son:

→ NO VIENE EN EL PARCIAL

8. Si en un juego en forma normal el perfil de estrategias (s_i^*, s_{-i}^*) es un equilibrio de Nash entonces tenemos que para cada jugador i:

✓ (a) $u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i', s_{-i}^*)$ para todo s_i' $\boxed{\forall i}$

(b) $u_i(s_i^*, s_{-i}') < u_i(s_i^*, s_{-i}^*)$ para todo s_{-i}'

(c) $u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i', s_{-i}')$ para todo s_i' y para alguna $s_{-i}' \neq s_{-i}^*$

(d) $u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i', s_{-i}')$ para todo s_i' y para todo s_{-i}'

V o F DEPENDIENDO DEL JUEGO

" " "

" " "

$$\rightarrow MR_i(s_{-i}^*) = s_i^* \Rightarrow \boxed{s_i^* = \underset{s_i}{\mathrm{ARGMAX}}\ U_i(s_i, s_{-i}^*)}$$

9. Si en un juego en forma normal el perfil de estrategias (s_i^e, s_{-i}^e) es un perfil de estrategias eficientes en el ~~sentido de Pareto~~ tenemos que para cada jugador i:

(a) $u_i(s_i^e, s_{-i}^e) \geq u_i(s_i', s_{-i}^e)$ para todo s_i'

(b) $u_i(s_i^e, s_{-i}') < u_i(s_i^e, s_{-i}^e)$ para todo s_{-i}'

(c) $u_i(s_i^e, s_{-i}^e) \geq u_i(s_i', s_{-i}')$ para todo s_i' y para todo s_{-i}'

✓ (d) ninguna de las anteriores

→ PARA DECIR V o F NECESITAMOS MIRAR LA UTILIDAD DE TODOS

→ NO PUES PODRIA HABER VARIOS O.D

10. En un juego en forma normal con dos jugadores en el que cada jugador tiene más de dos estrategias y en el que existe un único equilibrio de Nash en estrategias puras podemos asegurar que:

✗ (a) el equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto

✗ (b) al menos un jugador tiene una estrategia estrictamente dominante

✗ (c) cada jugador tiene una estrategia estrictamente dominada

→ (d) ninguna de las anteriores

1. (30 puntos) Ana y Beto son compañeros de clase y se pusieron de acuerdo para estudiar juntos de la siguiente forma: Ana estudiaría el tema X y Beto estudiaría el tema Y y luego Ana le explicaría a Beto el tema X y Beto le explicaría a Ana el tema Y. Si denotamos con x el tiempo que dedica Ana a estudiar el tema X y con y el tiempo que dedica Beto a estudiar el tema Y la función de utilidad de Ana es $u_A(x, y) = 3x^{1/3}y^{1/6} - x$, y la función de utilidad de Beto es $u_B(x, y) = 3x^{1/6}y^{1/3} - y$.

(a) (5 puntos) Si, partiendo de un perfil de estrategias en el que tanto Ana como Beto dedican tiempo positivo a estudiar $\boxed{(x > 0, y > 0)}$, Ana aumenta su tiempo de estudio manteniendo el de Beto constante ¿que le pasa a la utilidad de Ana y que le pasa a la utilidad de Beto?

$$\frac{\partial U_A}{\partial x} = 3 \cdot \frac{1}{3} x^{-2/3} y^{1/6} - 1 = \frac{y^{1/6}}{x^{2/3}} - 1 \gtrless 0$$

DEPENDE DE x y DE y

la utilidad de Beto:

$$\frac{\partial U_A}{\partial x} = 3\cdot\frac{1}{3}x^{-2/3}y^{1/6} - 1 = \frac{y^{1/6}}{x^{2/3}} - 1 \gtrless 0$$ DEPENDE DE x y DE y

$$\frac{\partial U_B}{\partial x} = 3\cdot\frac{1}{6}x^{-5/6}y^{1/3} = \frac{1}{2}\frac{y^{1/3}}{x^{5/6}} > 0$$

(b) (15 puntos) Suponiendo que Ana y Beto escogen el tiempo que cada uno dedica a estudiar su tema simultáneamente (sin observar el tiempo que el otro dedica), encuentre la mejor respuesta de Ana al tiempo que estudia Beto, la mejor respuesta de Beto al tiempo que estudia Ana, y el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras de este juego. Grafique las mejores respuestas y en la gráfica marque el(los) equilibrios de Nash.

ANA

$$U^A = 3x^{1/3}y^{1/6} - x \rightarrow \max_x U^A$$

CPO

$$\frac{\partial U^A}{\partial x} = \frac{y^{1/6}}{x^{2/3}} - 1 = 0$$

$$\frac{y^{1/6}}{x^{2/3}} = 1$$

$$y^{1/6} = x^{2/3}$$

$$y^{3/6} = x^2$$

$$\rightarrow y^{1/2} = x^2$$

$$\boxed{y^{1/4} = x = MR_A(S_B = y)}$$

BETO

$$U^B = 3x^{1/6}y^{1/3} - y$$

CPO

$$\frac{\partial U^B}{\partial y} = 3\cdot\frac{1}{3}x^{1/6}y^{-2/3} - 1 = 0$$

$$\frac{x^{1/6}}{y^{2/3}} = 1$$

$$x^{1/6} = y^{2/3} \Rightarrow x^{3/6} = y^2$$

$$\rightarrow x^{1/2} = y^2$$

$$\boxed{x^{1/4} = y = MR_B(S_A = x)}$$

$$\underbrace{x^{1/4} = y}_{MR_B}$$

$$\underbrace{y^{1/4} = x}_{MR_A}$$

$$(x^{1/4})^{1/4} = x$$

$$x^{1/16} = x$$

$$\boxed{x = x^{16}}$$

~~$1 = x^{15}$~~

~~$1 = x$~~

$$\rightarrow x^{16} - x = 0$$

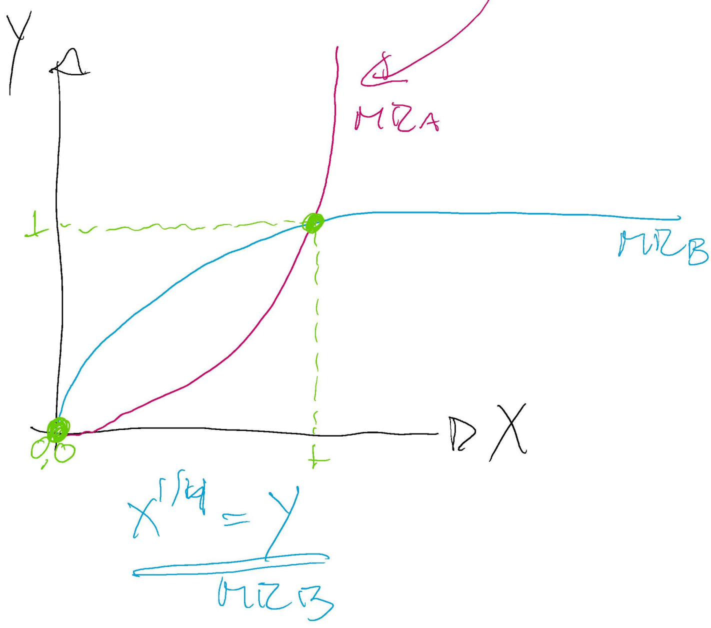
$$x(x^{15} - 1) = 0$$

$\underline{x=0}$ ó $\underline{x=1}$

$y=0$ $\quad$ $y=1$

$$\boxed{EN = \{(0,0);\ (1,1)\}}$$

$$\rightarrow y^{1/4} = x \Rightarrow y = x^4$$



(c) (5 puntos) Escriba el problema de maximización para encontrar los perfiles de estrategias (los tiempos de estudio) que son eficientes en el sentido de Pareto. ¿Es algún equilibrio de Nash en este juego eficiente en el sentido de Pareto?

$$\max_{x,y} U^A = 3x^{1/3}y^{1/6} - x \quad \text{s.a} \quad U_B = 3x^{1/6}y^{1/3} - y \geq \bar{U} \quad \checkmark \qquad x \geq 0,\ y \geq 0$$

$$\mathcal{L} = 3x^{1/3}y^{1/6} - x + \lambda(3x^{1/6}y^{1/3} - y - \bar{U})$$

CPO

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 3\cdot\frac{1}{3}x^{-2/3}y^{1/6} - 1 + \lambda\left(3\frac{1}{6}x^{-5/6}y^{1/3}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 3\frac{1}{6}x^{1/3}y^{-5/6} + \lambda\left(3\frac{1}{3}x^{1/6}y^{-2/3} - 1\right) = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{x^{-2/3}y^{1/6} - 1}{\frac{1}{2}x^{1/3}y^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-5/6}y^{1/3}}{x^{1/6}y^{-2/3} - 1}}$$

¿SERÁ Q' (1,1) CUMPLE?

$$\frac{\cancel{1-1}}{\frac{1}{2}} \rightarrow 0 \neq \frac{\cancel{\frac{1}{2}}}{1-1} \rightarrow \text{NO DEFINIDA}$$

(1,1) NO ES $\underline{O.P.}$

¿SERÁ Q' (0,0) CUMPLE?

$$\frac{\text{NO DEF}}{\text{NO DEF}} \ \cancel{\gtrless}\ \frac{\text{NO DEF}}{\text{NO DEF}}$$

(d) (5 puntos) Comparando el tiempo que se estudia en equilibrio de Nash con el tiempo

(1,1) No es O.P. definida

(d) (5 puntos) Comparando el tiempo que se estudia en equilibrio de Nash con el tiempo que se estudia en un perfil de estrategias eficiente (x^e, y^e) en el sentido de Pareto donde Ana y Beto dedican el mismo tiempo de estudio $(x^e = y^e)$ ¿Podemos afirmar que en cualquier equilibrio (de Nash) se estudia menos tiempo de lo eficiente? SI

$$\boxed{x^e = y^e}$$

$$\Rightarrow \frac{x^{-2/3}x^{1/6}-1}{\frac{1}{2}x^{1/3}x^{-5/6}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-5/6}x^{1/3}}{x^{1/6}x^{-2/3}-1} \Rightarrow \frac{x^{-1/2}-1}{\frac{1}{2}x^{-1/2}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}}{x^{-1/2}-1} \Rightarrow \left(x^{-1/2}-1\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x^{-1/2}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^{-1/2}-1 = \frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$\frac{1}{2}x^{-1/2} = 1$$

$$x^{-1/2} = 2$$

$$x^{1/2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{x^e = \frac{1}{4} = y^e}$$

$$\Rightarrow x^{-1/2}-1 = -\frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$\frac{3}{2}x^{-1/2} = 1$$

$$x^{-1/2} = \frac{2}{3}$$

$$x^{1/2} = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{x^e = \frac{9}{4} = y^e} \Rightarrow \text{ÓPTIMO PARETO}$$

$$U^A = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}\left(\frac{1}{4}\right)^{1/6} - \left(\frac{1}{4}\right) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = 5/4$$

$$U^A = 3\left(\frac{9}{4}\right)^{1/3}\left(\frac{9}{4}\right)^{1/6} - \frac{9}{4} = 3\left(\frac{9}{4}\right)^{1/2} - \frac{9}{4} = 3\cdot\frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \frac{9}{2} - \frac{9}{4} = \boxed{9/4}$$

$$\left(\frac{9}{4}, \frac{9}{4}\right) \underset{\text{PARETO DOMINA}}{\succ} \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

2. (30 puntos) Considere un monopolista que puede segmentar su demanda en dos mercados el mercado en la ciudad A con una demanda $q_A(p_A) = 1600 - p_A$ y el mercado en la ciudad B con una demanda $q_B(p_B) = 2000 - 2p_B$. El monopolista no enfrenta costos de producción.

$$Q_A = \begin{cases} 1600 - P_A & \text{si } P_A < 1600 \\ 0 & \text{si } P_A \geq 1600 \end{cases}$$

$$Q_B = \begin{cases} 2000 - 2P_B & \text{si } P_B \leq 1000 \\ 0 & \text{si } P_B \geq 1000 \end{cases}$$

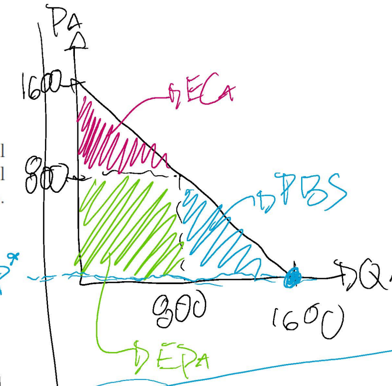
(a) (10 puntos) Suponga que el monopolista puede discriminar cobrando un precio distinto en el mercado A y el mercado B. Encuentre el precio, la cantidad, y el excedente del consumidor de cada mercado así como las utilidades del monopolista. Grafique su respuesta.

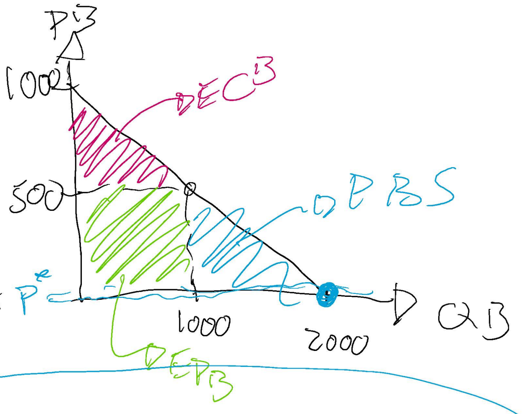
$$\max_{P_A, P_B} \pi = (1600 - P_A)P_A + (2000 - 2P_B)P_B - \cancel{CT} \to 0$$

CPO

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_A} = 1600 - 2P_A = 0 \to P_A = 800 \Rightarrow Q_A = 1600 - 800 = 800$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_B} = 2000 - 4P_B = 0 \Rightarrow P_B = 500 \Rightarrow Q_B = 2000 - 2(500) = 1,000$$





$$EC_A = \frac{800 \cdot 800}{2} \qquad EC_B = \frac{500 \cdot 1000}{2}$$

$$EP_A = 800 \cdot 800 \qquad EP_B = 1000 \cdot 500$$

$$ET = 1,710,000$$

(b) (10 puntos) Suponga que el monopolista no puede discriminar y tiene que cobrar el mismo precio en el mercado A y el mercado B. Encuentre el precio y las utilidades del monopolista, así como la cantidad y el excedente del consumidor de cada mercado. Grafique su respuesta.

$$Q = \begin{cases} 3600 - 3P & P \leq 1000 \\ 1600 - P & 1000 \leq P \leq 1600 \\ 0 & P \geq 1600 \end{cases}$$

(c) (5 puntos) ¿En términos de bienestar social en este mercado se debería permitir la discriminación de precios o se debería prohibir la discriminación de precios?

$$CT \to 0$$

(c) (5 puntos) ¿En términos de bienestar social en este mercado se debería permitir la discriminación de precios o se debería prohibir la discriminación de precios?

PROHIBIR

$\rightarrow \max_{P} \underline{Q(P)}P - \cancel{CT} \rightarrow 0$

CASO 1

$P < 1000$

$\Pi = (3600-3P)P$

CPO

$3600 - 6P = 0$

$\boxed{P = 600}$

$\Pi = (3600-1800)(600)$

$\boxed{\Pi = 1{,}080{,}000}$

$\boxed{P^M = 600}$

$\boxed{Q^M = 1{,}800 = 3600 - 3P}$

CASO 2

$\boxed{P > 1000}$

$\Pi = (1600-P)P$

CPO

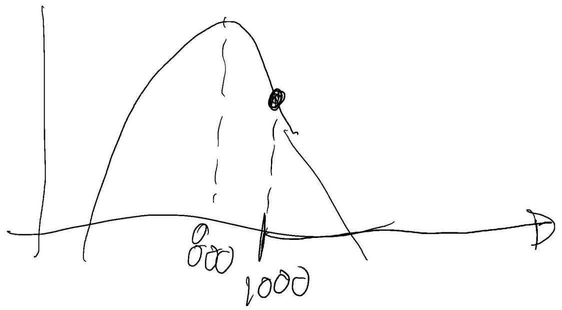
$1600 - 2P = 0$

$\cancel{P = 800}$

$\Rightarrow P = 1000$

$\Pi = (1600-1000)(1000)$

$\Pi = 600 \cdot 1000 = \underline{600{,}000}$



(d) (5 puntos) Suponga que en la ciudad A hay 1,000 habitantes y que en la ciudad B hay 2000 habitantes. Si el gobierno hace una consulta ciudadana para ver si se debe prohibir la discriminación de precios en este mercado o si se debe permitir la discriminación de precios ¿que opción ganaría? Justifique su respuesta.

A ¿Como votarian?

Votarian por no discriminar!

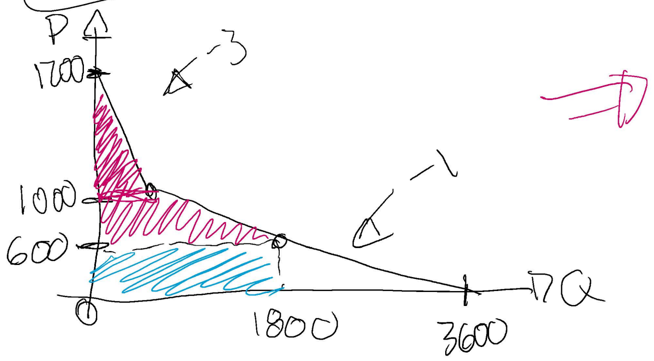
Pues $\frac{1000 \cdot 1000}{2} > \frac{800 \cdot 800}{2}$

B ¿Como votaria?

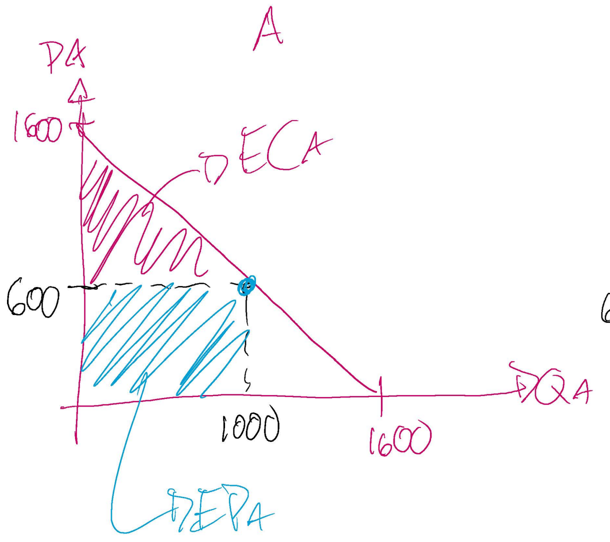
Votarian por discriminar

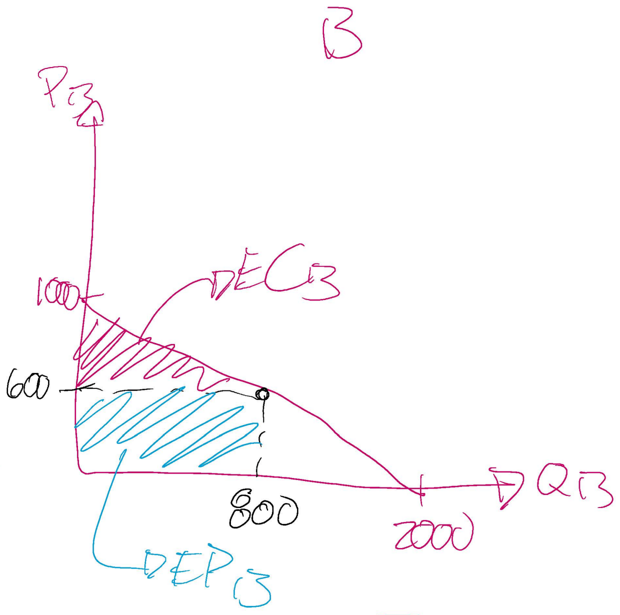
$\frac{500 \cdot 1000}{2} > \frac{400 \cdot 800}{2}$

HABRIA DISCRIMINACIÓN



$\Rightarrow$





$EC_A = \frac{1000 \cdot 1000}{2}$

$EP_A = 600 \cdot 1000$

$EC_B = \frac{400 \cdot 800}{2}$

$EP_B = 600 \cdot 800$

$\boxed{ET = 1{,}740{,}000}$

$CT = Q^2$

$\Pi = Q(P) \cdot P - [Q(P)]^2$

$= (3600-3P)P - (3600-3P)^2$

$$= (3600 - 3P)P - \underbrace{(3600 - 3P)}_{Q}$$