Taller - Equilibrio General

Mauricio Romero

1. **[Pregunta de calentamiento]** Yo solamente consumo pizza y cerveza. Que tendría un mayor efecto en la cantidad de pizza que consumo: a) Doblar el precio de la cerveza, o b) reducir mi ingreso en la mitad, y el precio de la pizza en la mitad.

2. **[Pregunta de calentamiento]** Suponga que un individuo tiene preferencias lexicograficas sobre canastas en $\mathbb{R}^2$. Suponga que el precio del primer bien (p_1) incrementa. Describa el efecto ingreso y el efecto sustitución.

3. **[Pregunta de calentamiento]** Mi función de utilidad $U(x, y)$ es estrictamente creciente en cada bien, y satisface que la tasa marginal de sustitución es decreciente. Tenemos que $TMS(5, 5) = -2$. ¿Cuál es el ranking (que se refiere a que) de las canasatas (4,6) y (6,3)?

4. Considere una economia de intercambio con dos consumidores (A y B), y funciones de utilidad $u_A = x_{1A} - \frac{1}{8}x_{2A}^{-8}$ y $u_B = x_{2B} - \frac{1}{8}x_{1B}^{-8}$. Suponga que las dotaciones iniciales son $e_A = (2, r)$ y $e_B = (r, 2)$.

   a) Caracterice el conjunto de asignaciones Pareto eficiente. Grafíquelo.

   b) Encuentre el equilibrio walrasiano (Aquí encontraré que existe más de un equilibrio, es decir que el equilibrio no es único. De hecho, Arrow demostró que las condiciones para que el equilibrio sea único son extremas: Que todos los agentes tengan funciones de utilidad Cobb-Douglas). Pista: use $r = 2^{8/9} - 2^{1/9}$ y prueben que las relaciones de precios $p = \{2, 1, 1/2\}$, son todas de equilibrio.

   c) Verifique que estas asignaciones pertenecen al conjunto de asignaciones Pareto eficiente.

   Vamos a demostrar que es "difícil" que el tanteador llegue a $p = 1$, mientras que es "fácil" que llegue a $p = 0.5$ y $p = 2$.

   d) Suponga que el subastador Walrasiano ajusta los precios de acuerdo a si hay exceso de demanda o no. Es decir, suponga que si hay exceso de demanda el precio sube y si hay exceso de oferta el precio cae. Dibuje el diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_1(t)}{dt} = z_1(p_1, p_2)$ y $\frac{dp_2(t)}{dt} = z_2(p_1, p_2)$

   e) Un equilibrio es localmente estable si cuando se tiene un vector de precios relativos inicial suficientemente cercano al de equilibrio, entonces los precios convergen a los de equilibrio. Demuestre que $p = 0.5$ y $p = 2$ son equilibrios estables mientras que $p = 1$ no lo es.

   f) Utilizando el diagrama de fase demuestre la afirmación en negrilla. Piense en que pasaría si el tanteador walrasiano comienza con un precio relativo diferentes a los de equilibrio ¿Sería posible llegar a $p = 1$?

5. Una asignación factible de recursos en una economía se dice libre de envidia si ningún agente preferiría estrictamente tener la asignación que a otro le corresponde.

   a) Usando el Segundo Teorema del Bienestar, ¿cómo podríamos redistribuir la dotación total de la economía, de tal manera que el equilibrio resultante bajo competencia perfecta sea libre de envidia? (En particular, la asignación de equilibrio es eficiente, por el primer teorema del bienestar).

   Pista: Pruebe dandole a todos los individuos lo mismo.

b) Una asignación es justa (fair) si es, a la vez, libre de envidia y eficiente en sentido de Pareto. En una caja de Edgeworth, demuestre que las asignaciones libres de envidia no necesariamente son justas.

Pista: Utilize la siguiente economia con dos bienes y dos individuos con preferencias $u_1(x_1, y_1) = x_1^{1/2} y_1^{1/2}$ y $u_2(x_2, y_2) = x_2^{1/4} y_2^{3/4}$, con dotaciones iniciales $w = (w_x, w_y) = (2, 2)$, como ejemplo.

6. Considere la siguiente economía: Existen tres productos: leguma, tillip y quillip, dos consumidores (denominados 1 y 2) y dos empresas (denominadas x e y). La empresa x produce tillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología lineal de producción $t = 3l$. Es decir, por cada unidad de leguma utilizada como factor de producción la empresa produce tres unidades de tillip. La empresa y produce quillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología de producción $q = 4l$. Cada consumidor inicialmente posee 5 unidades de leguma y es propietario de un 50 % de cada empresa. El consumidor 1 tiene una función de utilidad dada por

$$u_1(t, q) = 6 + 0.4ln(t) + 0.6ln(q)$$

El consumidor 2 tiene la función de utilidad

$$u_1(t, q) = 8 + ln(t) + ln(q)$$

¿Cuál es el equlibrio general de esta economía? Suponga que las empresas y los consumidores toman los precios como dados y desean maximizar sus beneficios.

7. Suponga que Robinson tiene preferencias Leontief con respecto a los cocos (C) y el ocio (R),

$$u(C, R) = \min\{C, R\}.$$

Suponga que Robinson no tiene dotación inicial de cocos, pero tiene una dotación inicial de tiempo de $T > 0$ horas.

La firma usa las horas de trabajo de Robinson para producir cocos que vende a un precio p, y lo compensa con un salario de w por hora trabajada. Suponga que la función de producción tiene retornos decrecientes a escala,

$$F(l) = l^\alpha \quad \text{con} \quad \alpha \in (0, 1).$$

a) Encuentre la demanda de trabajo.
b) Encuentre la escala óptima de producción de la firma.
c) Escriba la restricción presupuestal de Robinson y encuentre su demanda no condicionadas (Marshallianas) por cocos C^* y por ocio R^*.
d) Escriba la ecuación que define el equilibrio competitivo. Pueden normalizar el precio de los cocos a $p = 1$.
e) Diga cúales son las asignaciónes óptimo de Pareto. Es el equilibrio un óptimo de Pareto?

8. Demuestre el primer teorema del bienestar. Es decir, demuestre que si $\overline{x}$ es un equilibrio walrasiano entonces $\overline{x}$ es un óptimo de Pareto. Puede suponer que no hay producción en esta economía. (Pista: Hagalo por contradicción).

9. En una economía de dos bienes (x y y) y dos consumidores (1 y 2), suponga que la función de utilidad esta dada por,

$$u_1(x, y) = xy^2$$
$$u_2(x, y) = x^2y.$$

Suponga que las dotaciones totales de los bienes son $(x, y) = (10, 20)$.

a) Un planificador central quiere asigna el bien para maximizar la utilidad del consumidor 1, manteniendo la utilidad del consumidor 2 en $u_2(x, y) = \frac{8000}{27}$. Encuentre la asignación que resulve el problema de maximización del planificador y muestre que la solución es pareto eficiente.

b) Suponga que el planificador divide la dotación total de manera que el consumidor 1 obtiene $e_1 = (10, 0)$ y el consumidor 2, $e_2 = (0, 20)$, y deja que los agentes intercambien libremente en un mercado competitivo. Dibuje una caja de Edgeworth ilustrando las dotaciones iniciales, unas curvas de indiferencia para cada consumidor y todos los puntos que son Pareto superiores a la dotacion inicial.

c) Encuentre el equilibrio Walrasiano y muestre que la asignación walrasiana de equilibrio es igual a la solución del numeral (a).

d) Interpete la igualdad del numeral anterior.

10. Considere una economía con dos agentes y dos bienes, donde las preferencias están caracterizadas por funciones de utilidad y dotaciones iniciales,

$$\begin{aligned} u^1(x, y) &= \min\{x, y\} \quad \text{con} \quad \omega^1 = (30, 0), \\ u^2(x, y) &= xy \qquad\qquad \text{con} \quad \omega^2 = (0, 20). \end{aligned}$$

Sea $p := \frac{p_y}{p_x}$, el precio relativo del bien y en unidades del bien x.

a) Encuentre la demanda de los agentes por los dos bienes, en terminos de p.

b) Escriba las condiciones para vaciar los mercados de cada bien y encuentre el equilibrio competitivo.

c) Muestre que la Ley de Walras se cumple.

d) Cuales son las asignaciones óptimo de Pareto en esta economia.

e) Se cumple el primer teorema de bienestar?

f) Ilustre los resultados en una caja de Edgeworth.

11. Considere la siguiente economía con tres agentes y tres bienes. Suponga que las preferencias de los agentes son Leontief,

$$\begin{aligned} u^1(x, y, z) &= \min\{x, y\} \quad \text{with} \quad \mathbf{e}^1 = (1, 0, 0), \\ u^2(x, y, z) &= \min\{y, z\} \quad \text{with} \quad \mathbf{e}^2 = (0, 1, 0), \\ u^3(x, y, z) &= \min\{x, z\} \quad \text{with} \quad \mathbf{e}^3 = (0, 0, 1). \end{aligned}$$

a) Encuentre un equilibrio competitivo de esta economía.

b) Argumente que este equilibrio no es único.

c) Explique como se puede encontrar los equilibrios de esta economía sin usar ningun cálculo matemático.

12. Suponga una economía de un agente (Robinson), que disfruta consumiendo cocos, C y ocio R. Robinson puede trabajar para la única firma en su isla que produce cocos, por un salario w por hora de trabajo.

$$u(C, R) = C^\beta R^{1-\beta} \text{ con } \beta \in (0, 1).$$

Suponga que inicialmente Robinson tiene una dotación inicial de tiempo T. La firma sólo utiliza el trabajo, l, como insumo, y tiene una función de producción con rendimientos decrecientes a escala,

$$f(l) = l^{\alpha} \quad \text{con} \quad \alpha \in (0,1).$$

a) Resuelva el problema de optimización de la firma encontrando las demandas no condicionadas de trabajo.

b) Encuentre la escala óptima de producción y las ganancias máximas de las firmas.

c) Combine la restricción de tiempo y de consumo del consumidor para obtener su restricción presupuestal.

d) Encuentre las demandas (no-condicionadas) de cocos y de ocio.

e) Escriba la condición que vacia el mercado de los cocos y del trabajo.

f) Suponga que el precio de los cocos es el numerario de la economía. Encuentre un equilibrio competitivo (Walrasiano) y las asignaciones de cocos y ocio, asociadas a este equilibrio.

13. Verdadero o Falso

a) Si en una economía de intercambio todos los consumidores poseen idénticas dotaciones de recursos $[(w_i = w)$ para todo $i \in (1, ...I)]$, entonces no se producirá intercambio alguno nunca.

b) Si en una economía de intercambio todos todos los consumidores tienen las mismas preferencias $[(u_i(x) = u(x))$ para todo $i \in (1, ...I)]$, entonces no se producirá intercambio alguno nunca.

c) Es posible tener una asignación eficiente en el sentido de Pareto en donde algún agente este peor que en una asignación ineficiente.