Solución al problema 3 del Segundo Parcial de micro III

Mauricio Romero

26 de abril de 2011

1. En una economía existen dos productores que producen bienes A y B respectivamente. Las funciones de producción representativas son $A(K,L) = (L_A + 1)e^{K_A}$; $B(K,L) = L_B K_B$, las dotaciones iniciales para A son $L_A^0 = 1$; $K_A^0 = 2$, y la dotación para B es $L_B^0 = 2$; $K_B^0 = 3$. Suponga que los precios de los factores son w para L y r para K. Encuentre:

   a) La curva de contrato.

   Teniendo en cuenta que la dotación total de L es 3, entonces la curva de contrato está dada por

   $$CC = \{(L_A, K_A) : K_B = \frac{L_B}{4 - L_B}\}$$

   Esta se da cuanto las TMST son iguales... es decir:

   $$TMST^A = \frac{1}{L_A + 1} = TMST^B = \frac{K_B}{L_B}$$

   Teniendo en cuenta que la dotación total de L es 3, entonces la curva de contrato está dada por

   $$CC = \{(L_A, K_A) : K_B = \frac{L_B}{4 - L_B}\}$$

   ***b*) La TMT (Tasa marginal de transformación) e interprétela.**

   $\min r \cdot K_i + w \cdot L_i$ **s.a.** $F_i(K_i, L_i) = X_i$

Entonces para A tenemos que las demandas condicionadas de factores son:

$$L_A^* = \frac{r}{w} - 1$$

$$K_A^* = \ln(\frac{w}{r}) + \ln(A)$$

$$L_B^* = \left(\frac{rB}{w}\right)^{1/2}$$

$$K_B^* = \left(\frac{wB}{r}\right)^{1/2}$$

De donde se deduce que la función de costos marginales de cada firma es:

$$CM^A = \frac{r}{A}$$

$$CM^B = \left(\frac{wr}{B}\right)^{1/2}$$

Entonces

$$TMT = -\frac{CM^A}{CM^B} = -\left(\frac{rB}{Aw}\right)^{1/2}.$$

Primero encontremos el costo marginal de cada firma. Esto se hace primero resolviendo el problema de minimización de costos de cada firma

$\min r \cdot K_i + w \cdot L_i$ **s.a.** $F_i(K_i, L_i) = X_i$

Entonces para A tenemos que las demandas condicionadas de factores son:

$$L_A^* = \frac{r}{w} - 1$$

$$K_A^* = \ln(\frac{w}{r}) + \ln(A)$$

$$L_B^* = \left(\frac{rB}{w}\right)^{1/2}$$

$$K_B^* = \left(\frac{wB}{r}\right)^{1/2}$$

De donde se deduce que la función de costos marginales de cada firma es:

$$CM^A = \frac{r}{A}$$

$$CM^B = \left(\frac{wr}{B}\right)^{1/2}$$

Entonces

$$TMT = -\frac{CM^A}{CM^B} = -\left(\frac{rB}{Aw}\right)^{1/2}.$$

c) **La demanda por factores (no condicionada) para cada productor. Para encontrar la demanda por factores no condicionado resolvemos el problema primal de los productores y encontramos:**

$$L_A^* = \frac{r}{w} - 1$$

$$K_A^* = 1 + 2\frac{w}{r}$$

$$L_B^* = \frac{3r + 2w}{2w}$$

$$K_B^* = \frac{3r + 2w}{2r}$$

d) **La relación precio de los factores. Para esto encontramos el exceso de demanda de ambos mercados:**

$$Z_K = \frac{5r + 6w}{2r} - 5$$

$$Z_L = \frac{5r}{2w} - 3$$

con lo que es facil ver que $\frac{r}{w} = \frac{6}{5}$

e) **Caracterice los equilibrios. La relación de precios de equilibrio es** $\frac{r}{w} = \frac{6}{5}$ **y las cantidades de equilibro son:**

$$L_A^* = \frac{r}{w} - 1 = 0.2$$

$$K_A^* = 1 + 2\frac{w}{r} = 2.66$$

$$L_B^* = \frac{3r + 2w}{2w} = 2.8$$
$$K_B^* = \frac{3r + 2w}{2r} = 2.33$$

f) **Muestre sus resultados en una caja de Edgeworth . Ver figura 1.**

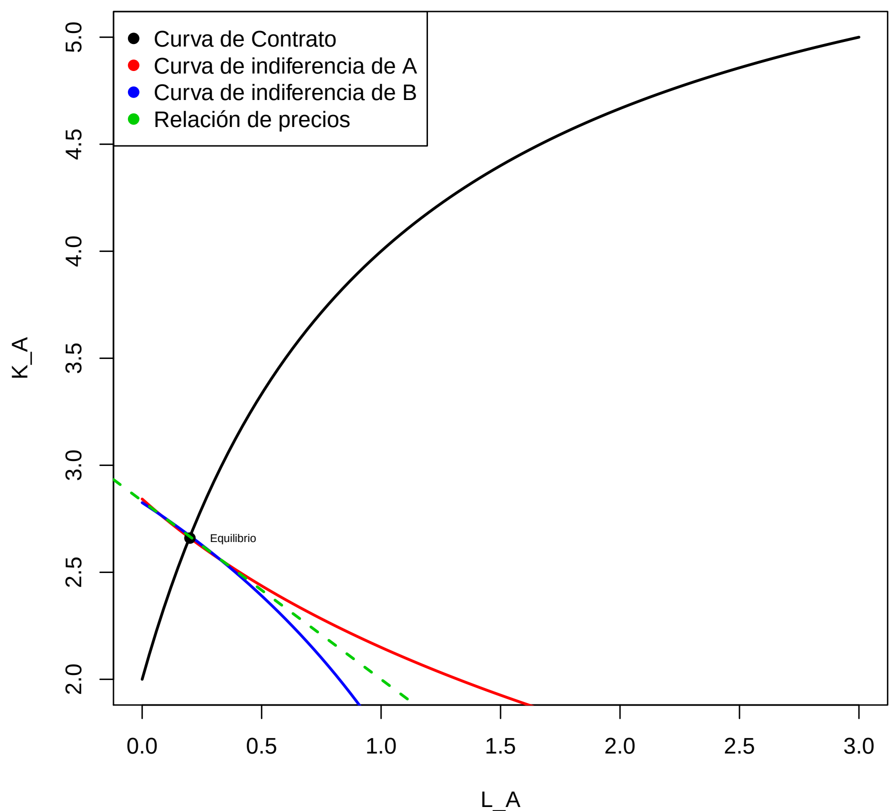

Figura 1: Caja de Edgeworth

g) **Muestre que relaciones de precios son estables utilizando un diagrama de fase. Asumiendo que** $\frac{dp_L(t)}{dt} = z_L(w, r)$ **y**

$\frac{dp_K(t)}{dt} = z_K(w,r)$ **, donde** Z_i **es el exceso de demanda del factor** i**, se puede ver fácilmente que: Ver figura 2.**

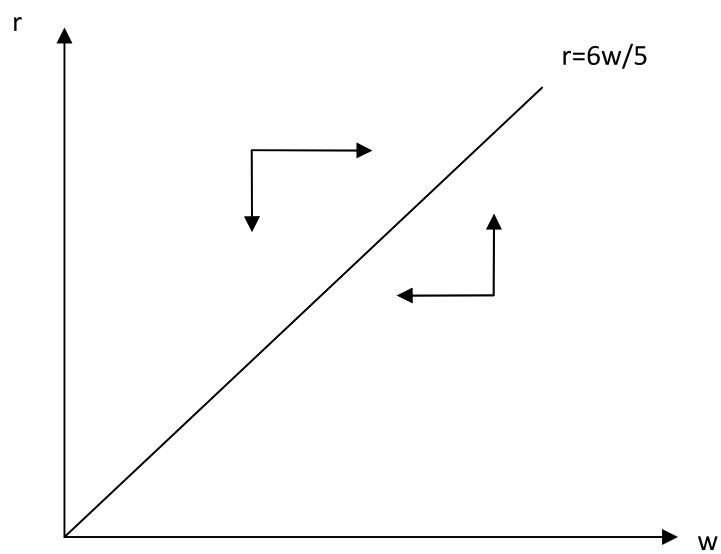

Figura 2: Diagrama de Fase

h) **Son las asignaciones de equilibrio e. eficiente en el sentido de Pareto?**

Si por el primer teorema del bienestar

i) **Es posible llegar a una asignación e. eficiente, en el sentido de Pareto, diferente cambiando las dotaciones iniciales?**

Si por el primer teorema del bienestar

j) **Existe alguna asignación eficiente, en el sentido de Pareto, que no se pueda alcanzar con un equilibrio competitivo cambiando las dotaciones iniciales?**

No por el segundo teorema del bienestar