Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 10

Miguel Espinosa, Juliana Marquez y Mauricio Romero

Abril 27 de 2011

1. Suponga que A-soft es una empresa dedicada a desarrollar software de alta calidad. Por su parte B-Ing, es una firma de ingenieria. Ambas firmas están en el mismo pueblo y los trabajadores de ambas firmas comparten sus conocimientos a diario entre ellos. Por lo tanto, cada vez que A-soft desarrolla nuevo software, los ingenieros de B-ing se enteran de los nuevos metodos y son más productivos. De hecho, si h es el nivel de desarrollo de A-soft, su ganancia está dada por $\pi_A = ah^{1/2} - h$ y la ganancia de B está dada por $\pi_B = bh^{1/2}$. El director del pueblo se da cuenta que con ciertas medidas económicas el nivel de desarrollo h podría ser mayor y propone varias opciones:

   a) Que ambas empresas se fusionen. Encuentre en este caso el nivel de desarrollo h que se eligirá y las ganancias agregadas.

   En este caso, la firma fusionada maximizaría

   $$pi_A + pi_B = (a+b)h^{1/2} - h.$$

   Se debe cumplir la CPO

   $$\frac{(a+b)}{2h^{1/2}} = 1 \to h = \frac{(a+b)^2}{4}.$$

   y las ganancias agregadas serán $(a+b)/4$.

   b) Poner un subsidio τ a A-soft. Calcule el subsidio ideal si se desean maximizar las ganancias de las empresas. Encuentre el nivel de desarrollo de equilibrio con este impuesto.

   Si existe un subsidio, la firma A-soft maximiza

   $$\pi_A = ah^{1/2} - h + \tau h$$

y elige h de acuerdo a la CPO

$$\frac{a}{2h^{1/2}} = 1 - \tau \to h = \frac{a^2}{4(1-\tau)^2}$$

Como se desea que $h = \frac{(a+b)^2}{4}$, τ debe cumplir

$$\frac{a}{2(1-\tau)} = \frac{(a+b)}{2} \to \tau = \frac{b}{a+b}.$$

c) Declarar a A-soft como dueña del desarrollo tecnológico y oblicar a B-ing a pagar un precio p por cada unidad de desarrollo que use. Encuentre en este caso el precio p y el nivel de desarrollo de equilibrio.

En este caso, A-soft maximiza

$$\pi_A = ah^{1/2} - h + ph.$$

Se debe cumplir la CPO

$$p = 1 - \frac{a}{2h^{1/2}}$$

que nos da la oferta inversa de nivel de desarrollo en función del precio p.

B-ing, maximiza

$$\pi_B = bh^{1/2} - ph.$$

Se debe cumplir la CPO

$$p = \frac{b}{2h^{1/2}}$$

que nos da la demanda inversa de nivel de desarrollo en función del precio p.

El equilibrio de este nuevo mercado esta dado por $p^s = p^d$ o:

$$1 - \frac{a}{2h^{1/2}} = \frac{b}{2h^{1/2}}$$

de donde

$$1 = \frac{a+b}{2h^{1/2}} \to h = \frac{(a+b)^2}{4}$$

y

$$p = \frac{b}{a+b}.$$

Note que además $\pi_A + \pi_B = (a+b)^2/4$.

d) Explique por qué la situación planteada constituye una externalidad. Contraste el resultado de cada una de las soluciones planteadas contra el del mercado sin nignuna de las soluciones.

En el escenario de mercado, la firma A-soft eligirá h de acuerdo a

$$\frac{a}{2h^{1/2}} = 1 \to h = \frac{a^2}{4}.$$

Tenemos que este nivel será menor que el óptimo $(a+b)^2/4$, lo que se ve reflejado en un nivel de ganancia agregada de $a^2/4 + ab/2$ menor a $(a+b)^2/4$.

2. En el neolítico, las tribus de n cazadores y m recolectores comían mamut. El cazador i, decidía dedicar m_i horas a la cacería. Los mamut cazados, eran compartidos en las tribus de forma semejante a bienes públicos y las mujeres se apareaban con los mejores cazadores. La utilidad del cazador i es entonces

$$u_i = T \cdot ln\left(\frac{m_i}{\overline{m}}\right) + ln\left(\overline{m}\right) - m_i.$$

La utilidad generada por el sexo está captada por $T \cdot n\left(\frac{m_i}{\overline{m}}\right)$, donde $\overline{m}$ es el promedio de horas de caza de todos los cazadores y T un ponderador. Esta elección representa el hecho de que entre más caze un cazador respecto al promedio, mayores probabilidades tendrá de aparearse, pues las mujeres recolectoras buscaban buenos cazadores. La utilidad que está generada por la comida de carne de mamut, está captada por $ln\left(\overline{m}\right)$. Finalmente, la desutilidad por el esfuerzo y tiempo en las cacerías, está captada por el termino $-m_i$.

a) Si un planeador central decide el número de horas que cada cazador dedicará a cazar mamut, con el objetivo de maximizar la suma de utilidades tomando T=0, ¿Cuántas horas serían dedicadas por la tribu a cazar mamut?

El planeador central debe maximizar

$$n\ln(\overline{m}) - \sum_{i=1}^{n} m_i = n\ln(s/n) - s$$

donde $s = \sum_{i=1}^{n} m_i$. Tomando la CPO respecto a s obtenemos

$$\frac{n}{s} - 1 = 0$$

y el óptimo es $s = n$, $\overline{m} = 1$. (De hecho, el costo marginal de proveer mamut es 1, y el beneficio marginal es $\frac{1}{n\overline{m}}$. Por la regla de Samuelson la ubicación eficiente cumple que $1 = CM = \sum BM_i = n\frac{1}{n\overline{m}}$, entonces $\overline{m} = 1$ y $s = n$ es el óptimo).

b) Si cada cazador decide independientemente cuántas horas dedicar a la cacería, ¿cuántas horas serán dedicadas por la tribu a cazar mamut?.

De debe cumplir la condición de primer orden para la maximización de la utilidad individual para todos los agentes. Formalmente:

$$\frac{T}{m_i^*} - \frac{T-1}{\sum_{k=1}^{n} m_k^*} - 1 = 0$$

para $i = 1, 2, \ldots, n$. Dado que todos los agentes son simetricos podemos asumir que $m_k^* = m_i^*$ para todo i y todo k. Resolviendo, obtenemos que $m_i^* = \frac{(n-1)T+1}{n}$ y el total de tiempo dedicado a la caza de mamut por la comunidad es $(n-1)T + 1$.

c) Si $T = 0$, explique su respuesta del literal b.

Si $T = 0$, cada cazador sólo considera en su utilidad un beneficio marginal igual a $1/n$ parte de el beneficio marginal que su actividad da a la sociedad. Por lo tanto, hay incentivos para ser free rider y cazar menos horas de lo óptimo.

d) Si $T = 1$, explique su respuesta del numeral b.

Si $T = 1$, el incentivo a ser free rider es contrarestado exactamente por el incentivo a ser buen cazador y aparearse. En este caso obtenemos que el tiempo social de casa es el óptimo en el sentido del literal a.