Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 2

Miguel Espinosa, Juliana Marquez y Mauricio Romero

Febrero 18 de 2011

1. El consumidor compra la canasta x^i al precio p^i ($i = 0, 1$). Para los puntos $a - d$ determine si las escogencias satisfacen WARP.

   Para que no se cumpla WARP es necesario que $x^0 R^D x^1$ y $x^1 R^D x^0$, puesto que $x^1 \neq x^0$ en todos los casos. Esto implicaría que $x^0 p^0 \geq x^1 p^0$ y que $x^1 p^1 \geq x^0 p^1$. Si se cumplen estas últimas dos condiciones no se satisface WARP, de lo contrario si se satisface.

   a) $p^0 = (1; 3)$; $x^0 = (4; 2)$ y $p^1 = (3; 5)$; $x^1 = (3; 1)$
   Se cumple WARP pues:
   $x^0 p^0 = 10$
   $x^1 p^0 = 6$
   $x^0 p^1 = 22$
   $x^1 p^1 = 14$

   b) $p^0 = (1; 6)$; $x^0 = (10; 5)$ y $p^1 = (3; 5)$; $x^1 = (15; 4)$
   NO se cumple WARP pues:
   $x^0 p^0 = 40$
   $x^1 p^0 = 39$
   $x^0 p^1 = 55$
   $x^1 p^1 = 65$

   c) $p^0 = (1; 2)$; $x^0 = (3; 1)$ y $p^1 = (2; 2)$; $x^1 = (1; 2)$
   Se cumple WARP pues:
   $x^0 p^0 = 5$
   $x^1 p^0 = 5$

$x^0p^1 = 8$
$x^1p^1 = 6$

d) $p^0 = (2; 6)$; $x^0 = (20; 10)$ y $p^1 = (3; 5)$; $x^1 = (18; 4)$
Se cumple WARP pues:
$x^0p^0 = 80$
$x^1p^0 = 60$
$x^0p^1 = 110$
$x^1p^1 = 74$

2. Considere un consumidor con preferencia neoclásicas (Una función de utilidad que representa unas preferencias que cumplen los axiomas 1-5). Demostrar que sus escogencias (demanda Marshalliana) satisfacen WARP.

   Demostración: Suponga la demanda marshalliana que depende de los precios y el ingreso $x(p, m)$. Si esta demanta satisface WARP deberiamos tener que $px(p', m') \leq m$ y $x(p', m') \neq x(p, m)$ entonces $p'x(p, m) > m'$. (Piense esto con detenimiento. No es del todo evidente.).

   Esta prueba se hace por contradicción. Suponga que la demanda Marshalliana no satisface WARP. Es decir suponga que $px(p', m') \leq m$, $x(p', m') \neq x(p, m)$ y $p'x(p, m) \leq m'$. Como $px(p', m') \leq m$ se tiene que $u(x(p, m)) \geq u(x(p', m'))$ (Pues ambas canastas se pueden alcanzar a comprar con los precios p y el ingres m pero se eligio $x(p, m)$). Como $p'x(p, m) \leq m'$ se tiene que $p'(\frac{1}{2}x(p, m) + \frac{1}{2}x(p', m')) \leq m'$ (Pues ambas canastas se pueden alcanzar con los precios p' y el ingreso m'. Por cuasiconcavidad estricta $u(\frac{1}{2}x(p, m) + \frac{1}{2}x(p', m')) > u(x(p', m'))$ contradiciendo el hecho de que $x(p', m')$ es la demanda optima con los precios p' y el ingrso m'.

3. Para cada función encuentre la $TMS_{x_i x_j}$ y el grado de homogeneidad.

   a) $f(\mathbf{x}) = [\text{mín}(a_1x_1, a_2x_2, ..., a_nx_n)]^\gamma$ con $\gamma > 0$, $\forall j\ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

$TMST_{x_i x_j} = -\infty$
Demostración:
No esta bien definida pues la función no es derivable, sin embargo

intiutivamente es $-\infty$

Homogeneidad$=\lambda$
Demostración:
$f(\lambda\mathbf{x}) = [\text{mín}(\lambda a_1 x_1, \lambda a_2 x_2, ..., \lambda a_n x_n)]^\gamma =$
$[\lambda\,\text{mín}(a_1 x_1, a_2 x_2, ..., a_n x_n)]^\gamma =$
$\lambda^\gamma [\text{mín}(a_1 x_1, a_2 x_2, ..., a_n x_n)]^\gamma =$
$\lambda^\gamma f(x)$

b) $f(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right)^\gamma$ con $\gamma > 0$, $\forall j\ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

$TMS_{x_i x_j} = \frac{a_i}{a_j}$
Demostración:
$TMS_{x_i x_j} = \frac{\frac{\partial f(x)}{x_i}}{\frac{\partial f(x)}{x_j}} = \frac{\gamma(\sum a_n x_n)^{\gamma-1} a_i}{\gamma(\sum a_n x_n)^{\gamma-1} a_j} = \frac{a_i}{a_j}$

Homogeneidad$=\lambda$
Demostración:
$f(\lambda x) = (\sum \lambda a_n x_n)^\gamma = (\lambda \sum a_n x_n)^\gamma = \lambda^\gamma (\sum a_n x_n)^\gamma = \lambda^\gamma f(x)$

c) $f(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i^\rho\right)^{\frac{\gamma}{\rho}}$ con $\gamma, \rho > 0$,$\forall j\ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

$TMS_{x_i x_j} = \frac{a_i x_i^{\rho-1}}{a_j x_j^{\rho-1}}$
Demostración:
$TMS_{x_i x_j} = \frac{\frac{\partial f(x)}{x_i}}{\frac{\partial f(x)}{x_j}} = \frac{\frac{\gamma}{\rho}(\sum a_n x_n^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}-1} \rho a_i x_i^{\rho-1}}{\frac{\gamma}{\rho}(\sum a_n x_n^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}-1} \rho a_j x_j^{\rho-1}} = \frac{a_i x_i^{\rho-1}}{a_j x_j^{\rho-1}}$

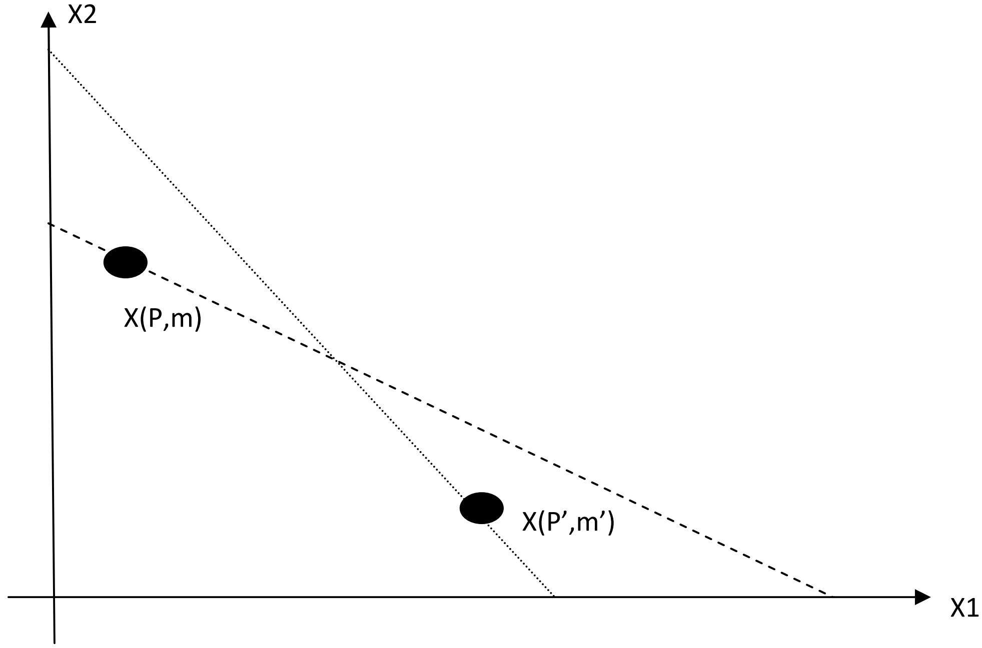
Homogeneidad$=\lambda$
Demostración:
$f(\lambda x) = (\sum a_i (\lambda x_i)^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}} = (\lambda^\rho \sum a_i x_i^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}} = (\lambda^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}} (\sum a_i x_i^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}} =$
$\lambda^\gamma f(x)$

d) $f(\mathbf{x}) = A \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i}$ con $A > 0$, $\forall j\ \alpha_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

$TMS_{x_i x_j} = \frac{a_i x_j}{a_j x_i}$
Demostración:
$TMS_{x_i x_j} = \frac{\frac{\partial f(x)}{x_i}}{\frac{\partial f(x)}{x_j}} = \frac{A \prod x_n^{\alpha_n} \frac{\alpha_i}{x_i}}{A \prod x_n^{\alpha_n} \frac{\alpha_j}{x_j}} = \frac{a_i x_j}{a_j x_i}$

Homogeneidad$=\sum \alpha_i$
Demostración:
$f(\lambda x) = A \prod (\lambda x_i)^{\alpha_i} = \lambda^{\sum \alpha_i} A \prod (x_i)^{\alpha_i} = \lambda^{\sum \alpha_i} f(x)$

4. Dibuje una gráfica con dos canastas de consumo que muestren claramente la violacion del axioma. (Para facilitar la gráfica utilice una funcion de utilidad que dependa unicamente de dos bienes).


X2
X(P,m)
X(P',m')
X1