Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 8

Miguel Espinosa, Juliana Marquez y Mauricio Romero

Abril 6 de 2011

1. Una asignación factible de recursos en una economía se dice libre de envidia si ningún agente preferiría estrictamente tener la asignación que a otro le corresponde.

   a) Usando el Segundo Teorema del Bienestar, ¿cómo podríamos redistribuir la dotación total de la economía, de tal manera que el equilibrio resultante bajo competencia perfecta sea libre de envidia? (En particular, la asignación de equilibrio es eficiente, por el primer teorema del bienestar).

   Suponga que hay n individuos y k bienes. Si a cada individuo se le da la asignación $\frac{w}{n} = (\frac{w_1}{n}, \frac{w_2}{n}, ..., \frac{w_k}{n})$ el resultado (x, p) es libre de envidia.

   Para demostrar esto suponga que x no es libre de envidia. Eso quiere decir que para algún individuo i se tiene $u_i(x_k) > u_i(x_i)$. Como x es una asignación de walras se debe tener que $x_k p > \frac{w}{n} p$ lo que contradice el hecho de que x_k es factible para k entonces $x_k p \leq \frac{w}{n} p$.

   b) Una asignación es justa (fair) si es, a la vez, libre de envidia y eficiente en sentido de Pareto. En una caja de Edgeworth, demuestre que las asignaciones libres de envidia no necesariamente son justas.

   Sea una economía con dos bienes y dos individuos con preferencias $u_1(x_1, y_1) = x_1^{1/2} y_1^{1/2}$ y $u_2(x_2, y_2) = x_2^{1/4} y_2^{3/4}$, con dotaciones iniciales $w = (w_x, w_y) = (2, 2)$. Para este ejemplo la asignación igualitaria para cada individuo es $w/2 = (1, 1)$ Note que el conjunto de asignación libres de envidia es la intersección de los con-

juntos $EF_i = \{x_i \in F | x_i \succeq w - x_i\}$ con $i = \{1, 2\}$. Esto es cierto puesto que cada agente no tiene envidia si prefiere lo que tiene a lo que tiene el otro.
En este caso:

$$EF_1 = \{(x_1, y_1) | x_1^{1/2} y_1^{1/2} \geq (2 - x_1)^{1/2} (2 - y_1)^{1/2}\}$$

Simplificando:

$$EF_1 = \{(x_1, y_1) | y_1 \geq 2 - x_1\}$$

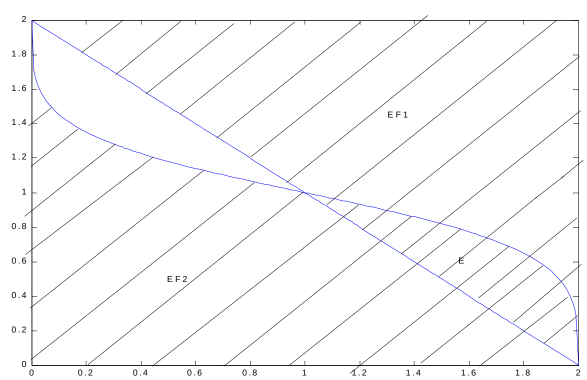
$$EF_2 = \{(x_2, y_2) | x_2^{1/4} y_2^{3/4} \geq (2 - x_2)^{1/4} (2 - y_2)^{3/4} \}$$

Simplificando:

$$EF_2 = \{(x_1, y_1) | y_1 \leq \frac{2(2 - x_1)^{1/3}}{x_1^{1/3} + (2 - x_1)^{1/3}}\}$$

El conjunto de asignaciones libres de envidia es: E=$\{(\mathrm{x}_1, y_1) | 2 - x_1 \leq y_1 \leq \frac{2(2-x_1)^{1/3}}{x_1^{1/3}+(2-x_1)^{1/3}}$

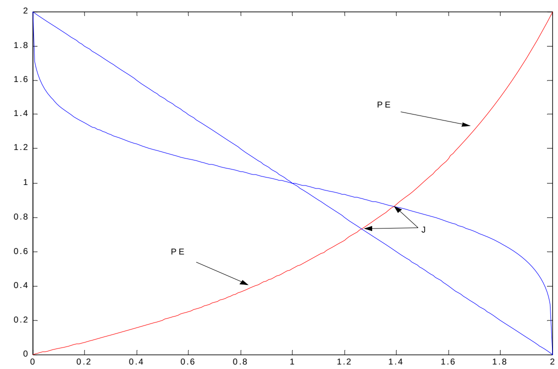
En la siguiente figura se encuentran graficados EF_1,EF_2 y E.



Por otro lado el conjunto de asignaciones pareto optimas es donde las tasas marginales de sustitucion son iguales para ambos individuos:

$$PO = \{(x_1, y_1) | y_1 = \frac{x_1}{3 - x_1}\}$$

En la siguiente figura se muestran las asignaciones pareto eficientes, y el conjunto de asignaciones justas (J).



2. La idea de este equilibrio es enfocarnos en la formación de precios y el tanteador walrasiano. La idea de este tanteador es que va ajustando los precios hasta llegar al equilibrio, sin embargo como veremos a continuación este supuesto no siempre es realista.

   Recuerde el ejercicio realizado en el taller 6 con una economía de intercambio con dos consumidores (A y B), y funciones de utilidad $u_A = x_{1A} - \frac{1}{8}x_{2A}^{-8}$ y $u_B = x_{2B} - \frac{1}{8}x_{1B}^{-8}$. Suponga que las dotaciones iniciales son $e_A = (2, r)$ y $e_B = (r, 2)$. Donde $r = 2^{8/9} - 2^{1/9}$ y los precios $p = \{2, 1, 1/2\}$, son todas de equilibrio.

   Cuando se resolvió el problema se llego a la conclusión de que el exceso de demanda de cada bien era

$$Z_1(p_1, p_2) = 2 + \frac{r}{p} - p^{\frac{-8}{9}} + p^{\frac{-1}{9}} - 2 - r$$

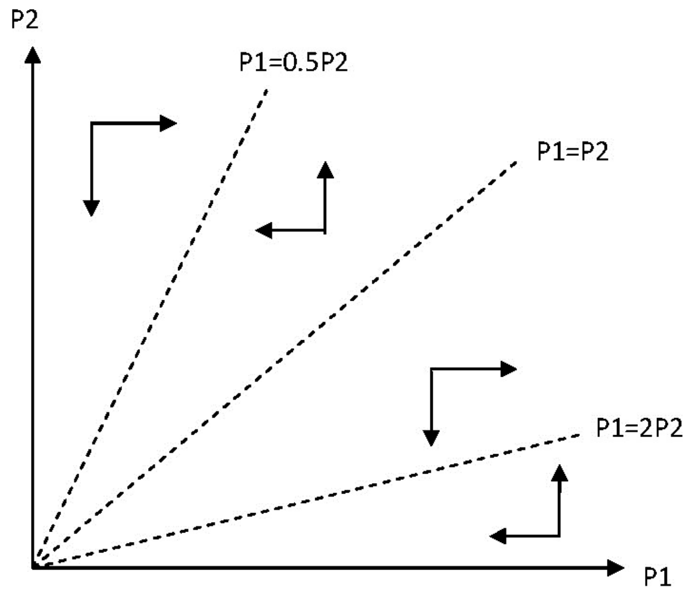
$$Z_2(p_1, p_2) = p^{\frac{1}{9}} + 2 + rp - p^{\frac{8}{9}} - 2 - r$$

   donde $p = \frac{p_1}{p_2}$.

   Vamos a demostrar que es "difícil" que el tanteador llegue a $p = 1$, mientras que es "fácil" que llegue a $p = 0.5$ y $p = 2$.

   a) Dibuje el diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_1(t)}{dt} = z_1(p_1, p_2)$ y $\frac{dp_2(t)}{dt} = z_2(p_1, p_2)$

   b) Un equilibrio es localmente estable si cuando se tiene un vector de precios relativos inicial suficientemente cercano al de equilibrio, entonces los precios convergen a los de equilibrio. Demuestre que



$p = 0.5$ y $p = 2$ son equilibrios estables mientras que $p = 1$ no lo es.

Como se puede ver en el diagrama de fase, si la relación de precios arranca cerca de $p_1 = 0.5p_2$ o de $p_1 = 2p_2$ los precios convergen a los de equilibrio. Sin embargo, sin importar que tan cercano arranquen los precios a la relación $p_1 = p_2$ estos nunca llegan a esta, sino a alguna de las otras dos.

c) Utilizando el diagrama de fase demuestre la afirmación en negrilla. Piense en que pasaría si el tanteador walrasiano comienza con un precio relativo diferentes a los de equilibrio ¿Sería posible llegar a $p = 1$?

Nunca seria posible llegar a $p = 1$ a menos que el tanteador por suerte arranque en este valor.