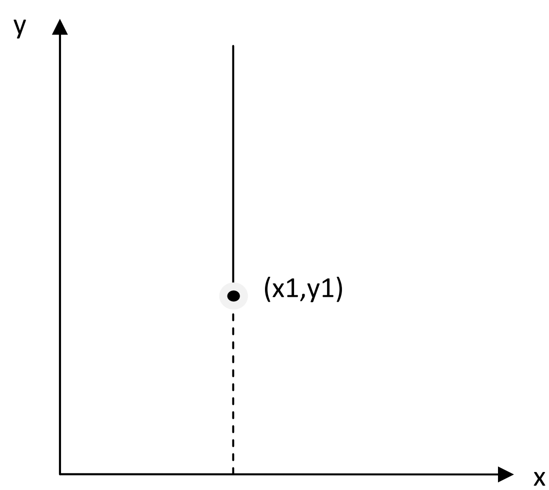
Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 1

Miguel Espinosa y Mauricio Romero

1. Considere un consumidor con preferencias sobre dos bienes (x, y). Las preferencias son lexicográficas. Es decir: $(x_1, y_1)R(x_2, y_2)$ si y solo si $(x_1 > x_2)$ o $(x_1 = x_2$ y $y_1 \geq y_2)$.

   a) Para una canasta de bienes (x, y) dibuje el conjunto de canastas preferidas a esta.

   Las canastas preferidas son las que se encuentran a la derecha de la linea vertical. Las canastas con la misma cantidad de x pero menor cantidad de y no son preferidas.



   b) Son estas preferencias:

- Completas
  Si, pues suponga que tiene dos canastas. (x_1, y_1) y (x_2, y_2). Se debe tener el caso que $x_1 > x_2$, $x_2 > x_1$ o que $x_1 = x_2$. En el primer caso $(x_1, y_1)R(x_2, y_2)$, en el segundo caso $(x_2, y_2)R(x_1, y_1)$, en el tercer caso se debe tener que $y_1 \geq y_2$ o que $y_2 > y_1$, en el primer caso $(x_1, y_1)R(x_2, y_2)$, en el segundo caso $(x_2, y_2)R(x_1, y_1)$.
- Reflexivas
  Dado que $x_1 = x_1$, y $y_1 \geq y_1$, entonces $(x_1, y_1)R(x_1, y_1)$
- Transitivas
  Suponga que $(x_1, y_1)R(x_2, y_2)$ y que $(x_2, y_2)R(x_3, y_3)$. Entonces si $x_1 > x_2$ y $x_2 \geq x_3$ es evidente que $(x_1, y_1)R(x_3, y_3)$. Si el caso es $x_1 = x_2$ y $x_2 > x_3$, entonces $x_1 > x_3$ y por ende $(x_1, y_1)R(x_3, y_3)$. Finalmente si $x_1 = x_2 = x_3$, se debe tener que $x_1 \geq x_2 \geq x_3$ y por ende $(x_1, y_1)R(x_3, y_3)$.
- Monotonas
  Es claro que si de la definición de monotonicidad y de las preferencias lexicograficas. Si $(x_1, y_1) \geq (x_2, y_2)$ es por que $x_1 \geq x_2$ y $y_1 \geq y_2$ entonces $(x_1, y_1)R(x_2, y_2)$. Si $(x_1, y_1) >> (x_2, y_2)$ entonces (x_1, y_1) es preferida estrictamente a (x_2, y_2).

2. Dejemos a un lado el supuesto de no sociabilidad local por un momento. Esto permite tener curvas de indiferencia muy variadas. Considere dos bienes: Películas y conciertos. Para cada una de las preferencias descritas dibuje una gráfica que represente las curvas de indiferencia. Defina los ejes como "conciertos por mes" y "películas por mes". Para cada gráfica pinte una flecha que indique en que dirección se encuentran canastas más preferidas.

   a) A Miguel le gustan los conciertos pero le es completamente indiferente si va o no a ver peliculas.

   b) A Mauricio le gustan las películas pero le disgustan los conciertos.

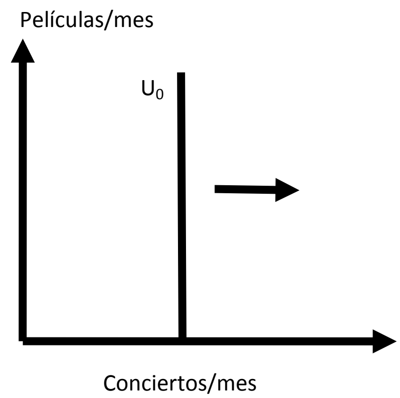
   c) A Carlos le disgustan tanto las películas como los conciertos. El prefiere leer. Adicionalmente, a medida que ve más películas le disgustan cada vez más, en cambio los conciertos le disgustan lo mismo sin importar a cuantos ha ido.

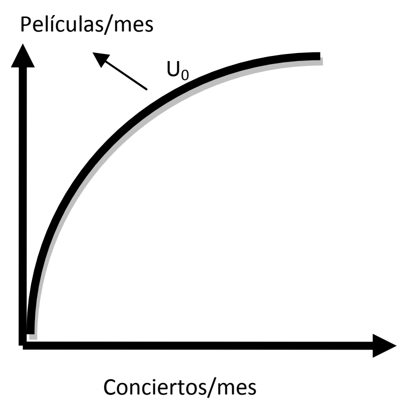
   d) A Juliana le disgustan las películas y los conciertos, y los conciertos le disgustan lo mismo sin importar a cuantos ha ido, pero a diferencia de Carlos a medida que va a más películas están le empiezan a disgustar menos.

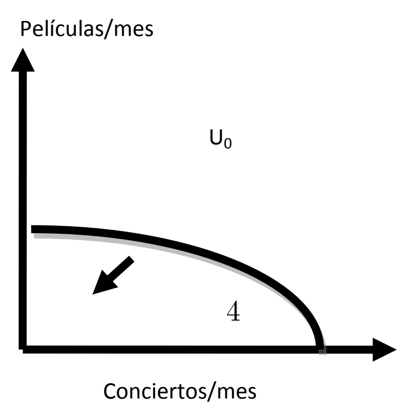
e) A Tomás le gustan los conciertos hasta que asiste a tres por mes, de ahí en adelante cada concierto extra le disgusta. Sin embargo, le gustan las películas sin importar cuantas se ha visto.

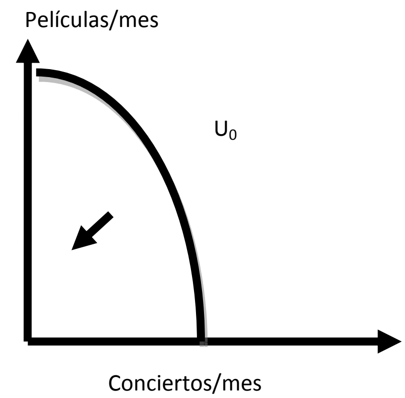
f) A Andrea lo que más le gusta es ver tres películas y dos conciertos al mes. Si se desvía de estas cantidades (bien sea hacia arriba o hacia abajo), entonces esta menos feliz. A medida que más se desvía esta mas infeliz.

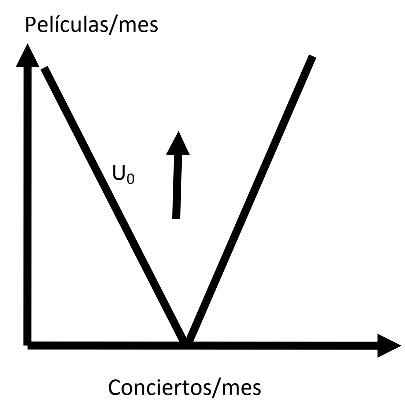
En orden:

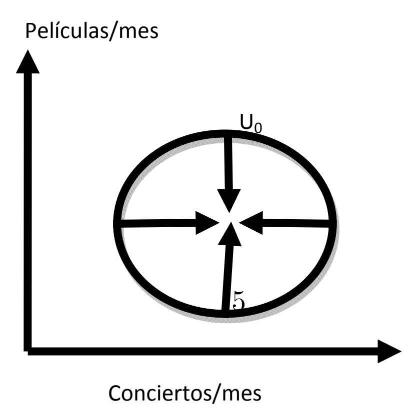

Películas/mes
U0
Conciertos/mes


Películas/mes
U0
Conciertos/mes


Películas/mes
U0
Conciertos/mes


Películas/mes
U_0
Conciertos/mes


Películas/mes
U_0
Conciertos/mes


Películas/mes
U_0
Conciertos/mes

3. Juan divide su consumo entre milo caliente y arepa de las monas. El milo caliente cuesta $1,000$ pesos y la arepa cuesta $3,000$. Suponga que Juan consumo cantidades tales que la utilidad marginal del milo caliente es 10 y la de la arepa es 25 y gasta todo su ingreso.

   a) Juan no puede incrementar su utilidad más, dado su ingreso.
   b) Juan puede incrementar su utilidad más consumiendo más milo y menos arepas.
   c) Juan puede incrementar su utilidad más consumiendo menos milo y más arepas.
   d) Juan sólo debería consumir milo.

   $\frac{U'_{milo}}{P_{milo}} = \frac{10}{1000} = 1100 = 0{,}01$
   $\frac{U'_{arepa}}{P_{arepa}} = \frac{25}{3000} = 0{,}0083$
   Es decir deberia consumir mas milo y menos arepas, pues obtiene mas utilidad por cada peso que paga.

4. Calcule las demandas marshallianas a partir de las siguientes funciones de utilidad.

   a) $u(x_1, x_2) = x_1$
   Dado que no recive utilidad de x_2, podemos estar seguros que $x_1^* = \frac{m}{p_1}$.
   b) $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ Se plantea el lagrangeano

   $$L = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda(x_1 p_1 + x_2 p_2 - m)$$

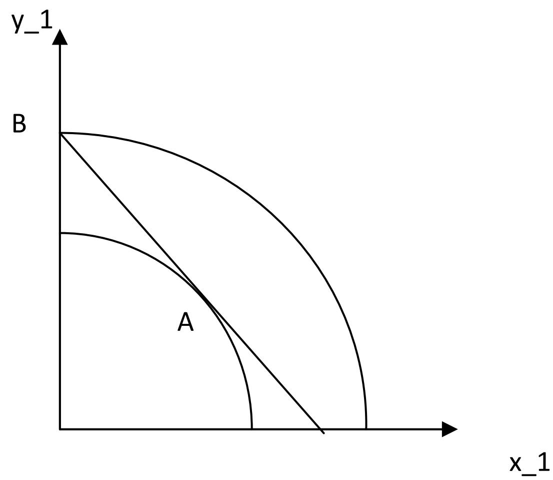
   de donde se deduce que $\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2}$, despejando x_2 y reemplzando en la restricción presupuestal se tiene:

   $$x_1 = \frac{mp_2}{p_1 p_2 + p_1^2}$$

   $$x_2 = \frac{mp_1}{p_1 p_2 + p_2^2}$$

   c) $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ Ojo, no se puede hacer un lagrangeano, pues $\frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} = 2$, lo cual quiere decir que la funcion no es concava, y hacer un lagrangeano nos llevaria a encontrar un minimo local, y no un maximo.

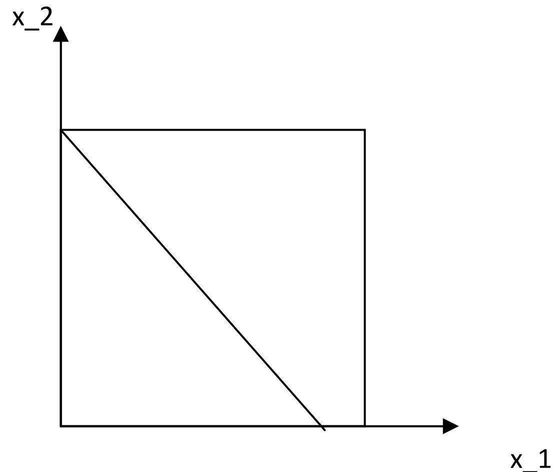
Se hace una solución “grafica”.



El punto A seria el resultado de aplicar un lagrangeano, el punto B seria la solucion. Si se elige consumir todo de A o todo de B depende de los precios.

d) $u(x_1, x_2) = \max(x_1, x_2)$

Aqui sucede algo similar al caso anterior. No se puede plantear lagrangeano por que no es continua la funcion y por que no es concava.



5. Considere que la firma minimiza los costos, sujeto a un nivel de produccion q. Para cada una de las siguientes funciones de produccion:

   - $Q(K,L) = K^{\alpha}L^{\beta}$ con $\alpha > 0$ y $\beta > 0$
   - $Q(K,L) = \text{mín}(\alpha K, \beta L)$ con $\alpha > 0$ y $\beta > 0$
   - $Q(K,L) = (\alpha K^{\rho} + \beta L^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$

     a) Obtenga la demanda de factores. En todos los casos las resuelven el siguiente problema: $\text{mín}\, wL + rK$ s.a. $q = Q(K,L)$, lo que se traduce en el lagrangeano(para el primer y el tercer caso): $L = wL + rK + \lambda(q - Q(K,L))$. para el primer y el tercer caso las condiciones de primer orden resultan en la siguiente relacion: $\frac{w}{r} = \frac{Q_L}{Q_K}$
     Para el primer caso:

$$K^* = \left(\frac{q}{\left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$L^* = \left(\frac{q}{\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\beta}} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

     Para el segundo caso, se tiene que $\alpha K = \beta L$, por ende

$$K^* = \frac{q}{\alpha}$$

$$L^* = \frac{q}{\beta}$$

Para el tercer caso, se tiene que:

$$K^* = \frac{q}{(\alpha + \beta\left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}})^{\frac{1}{\rho}}}$$

$$L^* = \frac{q}{(\beta + \alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}})^{\frac{1}{\rho}}}$$

b) Obtenga la elasticidad de sustitucion entre K y L. Para todos los casos

$$\frac{\partial \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{\partial \ln(TMST)}$$

Para el primer caso:

$$\frac{\partial \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{\partial \ln(TMST)} =$$
$$\frac{\partial \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{\partial \ln(\frac{\beta}{\alpha}\frac{K}{L})} =$$
$$\frac{\partial \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{\partial \ln(\frac{\beta}{\alpha}) + \partial \ln(\frac{K}{L})} =$$
$$\frac{\partial \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{\partial \ln(\frac{K}{L})} = 1$$

Para el segundo caso no esta bien definida.
Para el tercer caso:

$$\frac{\partial \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{\partial \ln(TMST)} = \frac{\partial \ln(K) - \partial \ln(L)}{\partial \ln\frac{\alpha}{\beta} + (\rho-1)(\partial \ln(L) - \partial \ln(K))} = \frac{1}{1-\rho}$$

pues $\partial \ln\frac{\alpha}{\beta} = 0$ ya que α y β son constantes y $(\rho - 1)(\partial \ln(L) - \partial \ln(K)) = (1-\rho)(\partial \ln(K) - \partial \ln(L))$.

c) De ahora en adelante suponga $\alpha + \beta = 1$ ¿Bajo cual tecnologia se espera que la demanda de trabajo sea mas elastica (con respecto al salario)?
Note primero que en el segundo caso la demanda de trabajo no depende del salario, por lo que su elasticidad es 0.

$$L_1^* = \left(\frac{q}{\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\beta}} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Entonces

$$\frac{\partial \ln L_1^*}{\partial \ln w} = \frac{\frac{1}{\alpha+\beta}\left(\partial \ln q - \beta \partial \ln(\beta r) + \beta \partial \ln(w\alpha)\right)}{\partial \ln w} = \frac{\frac{1}{\alpha+\beta}(\beta \ln w)}{\partial \ln w} = \frac{\beta}{\alpha+\beta} = \beta$$

$$L_3^* = \frac{q}{(\beta + \alpha \left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}})^{\frac{1}{\rho}}}$$

Entonces

$$\frac{\partial \ln L_1^*}{\partial \ln w} = \frac{\partial L_1^*}{\partial w}\frac{w}{L_1^*} = \frac{-q\frac{1}{\rho}\left(\beta + \alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} \alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}} \frac{-\rho}{\rho-1} w^{\frac{1-2\rho}{\rho-1}}}{(\beta + \alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}})^{\frac{2}{\rho}}} \frac{w}{\frac{q}{(\beta+\alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}})^{\frac{1}{\rho}}}} =$$

$$\frac{\alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}} \frac{1}{\rho-1} w^{\frac{-\rho}{\rho-1}}}{\beta + \alpha\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}}$$