Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 4

Miguel Espinosa y Mauricio Romero

1. La idea de este equilibrio es enfocarnos en la formación de precios y el tanteador walrasiano. La idea de este tanteador es que va ajustando los precios hasta llegar al equilibrio, sin embargo como veremos a continuación este supuesto no siempre es realista.

   Recuerde el ejercicio anterior con una economía de intercambio con dos consumidores (A y B), y funciones de utilidad $u_A = x_{1A} - \frac{1}{8}x_{2A}^{-8}$ y $u_B = x_{2B} - \frac{1}{8}x_{1B}^{-8}$. Suponga que las dotaciones iniciales son $e_A = (2, r)$ y $e_B = (r, 2)$. Donde $r = 2^{8/9} - 2^{1/9}$ y los precios $p = \{2, 1, 1/2\}$, son todas de equilibrio.

   Cuando se resolvió el problema se llego a la conclusión de que el exceso de demanda de cada bien era

   $$Z_1(p_1, p_2) = 2 + \frac{r}{p} - p^{\frac{-8}{9}} + p^{\frac{-1}{9}} - 2 - r$$

   $$Z_2(p_1, p_2) = p^{\frac{1}{9}} + 2 + rp - p^{\frac{8}{9}} - 2 - r$$

   donde $p = \frac{p_1}{p_2}$.

   Vamos a demostrar que es "difícil" que el tanteador llegue a $p = 1$, mientras que es "fácil" que llegue a $p = 0.5$ y $p = 2$.

   (a) Dibuje el diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_1(t)}{dt} = z_1(p_1, p_2)$ y $\frac{dp_2(t)}{dt} = z_2(p_1, p_2)$

   (b) Un equilibrio es localmente estable si cuando se tiene un vector de precios relativos inicial suficientemente cercano al de equilibrio, entonces los precios convergen a los de equilibrio. Demuestre que $p = 0.5$ y $p = 2$ son equilibrios estables mientras que $p = 1$ no lo es.

(c) Utilizando el diagrama de fase demuestre la afirmación en negrilla. Piense en que pasaría si el tanteador walrasiano comienza con un precio relativo diferentes a los de equilibrio ¿Sería posible llegar a $p = 1$?

2. Una asignación factible de recursos en una economía se dice libre de envidia si ningún agente preferiría estrictamente tener la asignación que a otro le corresponde.

   (a) Usando el Segundo Teorema del Bienestar, ¿cómo podríamos redistribuir la dotación total de la economía, de tal manera que el equilibrio resultante bajo competencia perfecta sea libre de envidia? (En particular, la asignación de equilibrio es eficiente, por el primer teorema del bienestar).

   (b) Una asignación es justa (fair) si es, a la vez, libre de envidia y eficiente en sentido de Pareto. En una caja de Edgeworth, demuestre que las asignaciones libres de envidia no necesariamente son justas.

3. En una economía existen dos productores que producen bienes A y B respectivamente. Las funciones de producción representativas son $A(K, L) = (L_A + 1)e^{K_A}$; $B(K, L) = L_B K_B$, las dotaciones iniciales para A son $L_A^0 = 1$; $K_A^0 = 2$, y la dotación para B es $L_B^0 = 2$; $K_B^0 = 3$. Suponga que los precios de los factores son w para L y r para K. Encuentre:

   (a) La curva de contrato.

   (b) La TMT (Tasa marginal de transformación) e interprételo.

   (c) La demanda por factores para cada productor.

   (d) La relación precio de los factores.

   (e) Caracterice los equilibrios.

   (f) Muestre sus resultados en una caja de Edgeworth .

   (g) Muestre que relaciones de precios son estables utilizando un diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_L(t)}{dt} = z_L(w, r)$ y $\frac{dp_K(t)}{dt} = z_K(w, r)$, donde Z_i es el exceso de demanda del factor i.

   (h) ¿Son las asignaciones de equilibrio eficientes en el sentido de Pareto?

   (i) ¿Es posible llegar a una asignación eficiente, en el sentido de Pareto, diferente cambiando las dotaciones iniciales?

(j) ¿Existe alguna asignación eficiente, en el sentido de Pareto, que no se pueda alcanzar con un equilibrio competitivo cambiando las dotaciones iniciales?

4. Considere la siguiente economía: Existen tres productos: leguma, tillip y quillip, dos consumidores (denominados 1 y 2) y dos empresas (denominadas x e y). La empresa x produce tillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología lineal de producción $t = 3l$. Es decir, por cada unidad de leguma utilizada como factor de producción la empresa produce tres unidades de tillip. La empresa y produce quillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología de producción $q = 4l$. Cada consumidor inicialmente posee 5 unidades de leguma y es propietario de un 50% de cada empresa. El consumidor 1 tiene una función de utilidad dada por

$$u_1(t, q) = 6 + 0.4ln(t) + 0.6ln(q)$$

. El consumidor 2 tiene la función de utilidad

$$u_1(t, q) = 8 + ln(t) + ln(q)$$

.

¿Cuál es el equlibrio general de esta economía? Suponga que las empresas y los consumidores toman los precios como dados y desean maximizar sus beneficios.

5. Atontado y Bobalicón comparten una casa. La casa tiene un jardín de rosas. Tanto a Atontado como a Bobalicón les gusta mirar las rosas de su jardín. Denotamos el numero de rosas como x y la cantidad de dinero que cada uno tiene para gastar en otros bienes como y_a y y_b. Sus preferencias están descritas por $U_a(x, y_a)$ y $U_b(x, y_b)$. Denote sus riquezas por w_a y w_b. El hogar tendría que gastar $C(x)$ pesos para tener x rosas.

   (a) Escriba el problema de maximización que caracteriza las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.
   (b) Derive la condición de optimalidad.
   (c) Ahora suponga que entre ellos deciden establecer el siguiente mecanismo: Cada uno paga $t_iC(x)$ (donde $t_a + t_b = 1$ para que las rosas estén completamente financiadas). Demuestre que si cada agente maximiza su utilidad individualmente se llegara al óptimo social. Encuentre los valores de t_i que coinciden con este optimo.

6. Suponga que A-soft es una empresa dedicada a desarrollar software de alta calidad. Por su parte B-Ing, es una firma de ingenieria. Ambas firmas están en el mismo pueblo y los trabajadores de ambas firmas comparten sus conocimientos a diario entre ellos. Por lo tanto, cada vez que A-soft desarrolla nuevo software, los ingenieros de B-ing se enteran de los nuevos metodos y son más productivos. De hecho, si h es el nivel de desarrollo de A-soft, su ganancia está dada por $\pi_A = ah^{1/2} - h$ y la ganancia de B está dada por $\pi_B = bh^{1/2}$. El director del pueblo se da cuenta que con ciertas medidas económicas el nivel de desarrollo h podría ser mayor y propone varias opciones:

   (a) Que ambas empresas se fusionen. Encuentre en este caso el nivel de desarrollo h que se eligirá y las ganancias agregadas.

   (b) Poner un subsidio τ a A-soft. Calcule el subsidio ideal si se desean maximizar las ganancias de las empresas. Encuentre el nivel de desarrollo de equilibrio con este impuesto.

   (c) Declarar a A-soft como dueña del desarrollo tecnológico y oblicar a B-ing a pagar un precio p por cada unidad de desarrollo que use. Encuentre en este caso el precio p y el nivel de desarrollo de equilibrio.

   (d) Explique por qué la situación planteada constituye una externalidad. Contraste el resultado de cada una de las soluciones planteadas contra el del mercado sin nignuna de las soluciones.