Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 1

Miguel Espinosa y Mauricio Romero

1. Considere que la firma minimiza los costos, sujeto a un nivel de producción q. Para cada una de las siguientes funciones de producción:

   - $Q(K,L) = K^{\alpha}L^{\beta}$ con $\alpha > 0$ y $\beta > 0$
   - $Q(K,L) = \text{mín}(\alpha K, \beta L)$ con $\alpha > 0$ y $\beta > 0$
   - $Q(K,L) = (\alpha K^{\rho} + \beta L^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$

   a) Obtenga la demanda de factores.

   b) Obtenga la elasticidad de sustitución entre K y L.

   c) De ahora en adelante suponga $\alpha + \beta = 1$ ¿Bajo cual tecnología se espera que la demanda de trabajo sea mas elástica (con respecto al salario)?

2. Para las funciones de producción del punto anterior y suponiendo que $\alpha + \beta = 1$,

   a) Obtenga la elasticidad cruzada de la demanda de capital respecto al salario ¿Qué signo tiene?

   b) Obtenga la elasticidad demanda de trabajo a la producción ¿Qué signo tiene?

   c) ¿Cuál tecnología podría explicar mejor la situación actual en Colombia (Alto crecimiento del producto, precio del capital relativamente bajo y bajo crecimiento del trabajo)?

3. Para las funciones de producción:

   a) $f(\mathbf{x}) = [\text{mín}(a_1x_1, a_2x_2, ..., a_nx_n)]^{\gamma}$ con $\gamma > 0$, $\forall j \; a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

b) $f(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right)^{\gamma}$ con $\gamma > 0$, $\forall j\ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

c) $f(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i^{\rho}\right)^{\frac{\gamma}{\rho}}$ con $\gamma, \rho > 0$,$\forall j\ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

d) $f(\mathbf{x}) = A \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i}$ con $A > 0$, $\forall j\ \alpha_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

Para cada función encuentre la $TMST_{x_i x_j}$, el grado de homogeneidad, rendimientos a escala, la elasticidad de sustitución, la función de beneficio, la función de oferta, la demanda condicional de factores y la demanda no condicional de factores.

4. Definiendo la elasticidad a escala cómo $e(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{x}{f(x)}$, muestre con las funciones de producción del punto anterior que e (x) es exactamente el grado de homogeneidad de la función.(hágalo para cada función de producción). Demuestre además que $\frac{CMe}{Cmg} = e(x)$.

5. Verifique que las demandas condicionadas encontradas en el punto 1 cumplen con las tres propiedades enunciadas en las notas de clase. (1. $x(w; y)$ será homogénea de grado 0 en w , 2. Aumentos en los precios de los insumos no aumentarán la demanda de los insumos lo que quiere decir que para cualquier 3. Existen efectos simétricos en las demandas)

6. Dada la siguiente función de costos $\min(w_1, w_2, ..., w_n)y$

   a) Halle la función de producción

   b) Encuentre las demandas condicionadas de factores

   c) Encuentre la función de beneficios

   d) Encuentre la oferta del bien y.