Universidad de Los Andes
Microeconomía III
Taller 5

Miguel Espinosa y Mauricio Romero

1. En el neolítico, las tribus de n cazadores y m recolectores comían mamut. El cazador i, decidía dedicar m_i horas a la cacería. Los mamut cazados, eran compartidos en las tribus de forma semejante a bienes públicos y las mujeres se apareaban con los mejores cazadores. La utilidad del cazador i es entonces

$$u_i = T \cdot ln\left(\frac{m_i}{\overline{m}}\right) + ln\left(\overline{m}\right) - m_i.$$

La utilidad generada por el sexo está captada por $T \cdot n\left(\frac{m_i}{\overline{m}}\right)$, donde $\overline{m}$ es el promedio de horas de caza de todos los cazadores y T un ponderador. Esta elección representa el hecho de que entre más caze un cazador respecto al promedio, mayores probabilidades tendrá de aparearse, pues las mujeres recolectoras buscaban buenos cazadores. La utilidad que está generada por la comida de carne de mamut, está captada por $ln\left(\overline{m}\right)$. Finalmente, la desutilidad por el esfuerzo y tiempo en las cacerías, está captada por el termino $-m_i$.

(a) Si un planeador central decide el número de horas que cada cazador dedicará a cazar mamut, con el objetivo de maximizar la suma de utilidades tomando T=0, ¿Cuántas horas serían dedicadas por la tribu a cazar mamut?

El planeador central debe maximizar

$$n\ln(\overline{m}) - \sum_{i=1}^{n} m_i = n\ln(s/n) - s$$

donde $s = \sum_{i=1}^{n} m_i$. Tomando la CPO respecto a s obtenemos

$$\frac{n}{s} - 1 = 0$$

y el óptimo es $s = n$, $\overline{m} = 1$. (De hecho, el costo marginal de proveer mamut es 1, y el beneficio marginal es $\frac{1}{n\overline{m}}$. Por la regla de Samuelson la ubicación eficiente cumple que $1 = CM = \sum BM_i = n\frac{1}{n\overline{m}}$, entonces $\overline{m} = 1$ y $s = n$ es el óptimo).

(b) Si cada cazador decide independientemente cuántas horas dedicar a la cacería, ¿cuántas horas serán dedicadas por la tribu a cazar mamut?. (Recuerde que todos los cazadores son identicos)

El resultado de la interacción entre los cazadores, está dado por el equilibrio de Nash del juego. En este equilibrio hay convergencia de supuestos y por lo tanto se debe cumplir la condición de primer orden para la maximización de la utilidad individual para todos los agentes. Formalmente:

$$\frac{T}{m_i^*} - \frac{T-1}{\sum_{k=1}^{n} m_k^*} - 1 = 0$$

para $i = 1, 2, \ldots, n$. Resolviendo, obtenemos que $m_i^* = \frac{(n-1)T+1}{n}$ y el total de tiempo dedicado a la caza de mamut por la comunidad es $(n-1)T + 1$.

(c) Si $T = 0$, explique su respuesta del literal b.

Si $T = 0$, cada cazador sólo considera en su utilidad un beneficio marginal igual a $1/n$ parte de el beneficio marginal que su actividad da a la sociedad. Por lo tanto, hay incentivos para ser free rider y cazar menos horas de lo óptimo.

(d) Si $T = 1$, explique su respuesta del numeral b.

Si $T = 1$, el incentivo a ser free rider es contrarrestado exactamente por el incentivo a ser buen cazador y aparearse. En este caso obtenemos que el tiempo social de casa es el óptimo en el sentido del literal a.

2. El número de personas en un pueblo es de 100. Todos los días estas personas eligen una ruta para ir de la zona residencial (Punto A) a la zona industrial (Punto B). Existen únicamente 2 rutas para ir del punto A al punto B. La ruta 1 es ligeramente más larga pero es amplia y por ende puede albergar cualquier cantidad de tráfico. Sea T_1 la cantidad de trafico de la ruta 1(número de personas que la transitan). El tiempo de viaje de esta ruta siempre es de 15 minutos. La ruta 2 es más corta pero más angosta por lo que se congestiona. Si no hay trafico uno se demora 5 minutos en esta ruta, pero si el trafico de esta ruta (número de personan que la transitan) es T_2 entonces el tiempo

de viaje es $5 + \frac{T_2}{C}$ donde C es un factor de capacidad de la ruta. La gente siempre elige la ruta más rápida.

(a) Suponga que la capacidad de la ruta 2 es 5. Es decir el tiempo de viaje por la ruta 2 es $5 + \frac{T_2}{5}$. En equilibrio, cuanta gente elige la ruta 2 y cual es el tiempo de viaje?

Para estar en equilibrio se debe tener que el tiempo de viaje de ambas rutas es igual, por lo que $15 = 5 + \frac{T_2}{5}$, de donde se deduce que $T_2 = 50$, por ende la mitad de los habitantes usan la ruta 1 y la otra mitad la ruta 2, con ambas teniendo un tiempo de viaje de 15 minutos.

(b) Suponga que el alcalde de este pueblo, Samy, decide ampliar la capacidad de la ruta 2 debido a que hay mucha congestión. Demuestre que cualquier incremento en la capacidad tal que $C \leq 10$ no mejora el tiempo de viaje en equilibrio. Explique este fenómeno conocido como la paradoja de Pigou-Knight-Down.

Existen tres posibilidades de equilibrio realmente. 1) Nadie usa la ruta 1 lo cual sucede si la ruta 2 puede albergar a 100 personas o más y tener un tiempo menor a 15, lo cual ocurre si $C > 10$ (Verifiquelo!); 2) Nadie usa la ruta 2, lo cual sucede si la ruta 2 con al menos 1 persona tiene un tiempo superior a 15 minutos, lo cual sucede si $C < \frac{1}{10}$ (Verifiquelo!); 3) ambas rutas tienen el mismo tiempo de viaje y se reparten el trafico de la ciudad proporcionalmente lo cual ocurre si $10 \leq C \leq \frac{1}{10}$. En todos estos casos el tiempo de viaje sera de 15 minutos en ambas rutas, lo cual muestra que no disminuirá la congestión.

(c) Cuales son las implicaciones de política de esta paradoja.

3. Suponga que 100 personas tienen acceso a una área de pastoraje común. Cada persona puede decidir entre no tener vacas, tener una o tener 2 vacas. Nadie puede tener dos vacas por ley. Las vacas son utilizadas para proveer de leche a la familia de la persona. Entre más vacas este usando el área de pastoraje menor será el retorno de la leche. En particular cada persona obtiene:

$$L_i = (200 - X)x_i$$

donde L_i denota los litros de leche que obtiene, x_i el numero de vacas que la persona tiene y X denota el número total de vacas que tiene las 100 personas ($X = x_1 + x_2 + ... + x_{100}$).

(a) Suponga que cada quien quiere maximizar los litros de leche que obtiene. Cual sería el equilibrio de la economía?

Cada agente maximizaría $L_i = (200 - X)x_i = (200 - \sum_{i=1}^{100} x_i)x_i$ por lo que la condición de primer orden seria: $200 - 2x_i = 0$, de donde se deduce que $x_i = 100$. Dado que máximo puede tener 2 vacas, decide que $x_i = 2$.

Entonces $X = 200$ y $L_i = 0$. Es un problema clásico de tragedia de los comunes.

(b) Seria posible llegar a un punto donde exista un mayor bienestar social (e individual) si se permite que existan transferencias de leche?. Es decir donde los individuos con mas vacas le transfieren leche a los individuos con menos vacas, compensándolos por su "sacrificio". Encuentro dicho equilibrio.

Si es posible, pues así sea que una sola persona tiene una vaca y le da 199/100 litros de leche a cada personas todos estarían mejor. Estos equilibrios se caracterizan por qué maximizan

$$\sum_{i=1}^{100} L_i = \sum_{i=1}^{100}(200 - X)x_i = 200X - X^2$$

Entonces se tiene que $X = 100$, como se reparta la gente esta cantidad de vacas no importa.

4. Consideremos un mercado de autos usados. Supongamos que la calidad de los autos se distribuye uniformemente a lo largo del intervalo [0,1]. Cada comprador está dispuesto a pagar $P = \frac{3}{2}C$ por un auto de calidad C. Cada dueño de auto está dispuesto a vender su auto de calidad C por C. Ambos son neutrales al riesgo. Cuál es el precio de los autos si:

   (a) Hay información simétrica y calidad conocida.

   En este caso un auto de calidad C será vendido por cualquier precio entre $(C, \frac{3}{2}C)$, Donde comprador y vendedor estarán satisfechos de la transacción

   (b) Hay información simétrica y calidad desconocida

   El precio que paga un comprador es $\frac{3}{2}E(C) = \frac{3}{4}$ (todos los autos tienen igual precio). En este caso solo los autos de calidad menor a $\frac{3}{4}$ se venderán.

   (c) Información asimétrica: solo el vendedor conoce la calidad del auto.

En El caso de la informacion asimétrica existen varias posibilidades para que el mercado se equilibre, es una característica de estos modelos, hay equilibrios múltiples; veamos las posibilidades del mercado de autos usados, bajo la condición de información asimétrica:

- Todos los autos deben venderse al mismo precio, puesto que los compradores no pueden distinguir los buenos y los malos vehículos.
- Suponer que el precio es p. Entonces se venden solo aquellos autos tales que $C \leq p$; la calidad promedio de estos autos es $\frac{p}{2}$. Pero si la calidad promedio es $\frac{p}{2}$, la disponibilidad a pagar es: $\frac{3}{2}\frac{p}{2} = \frac{3}{4}p$ El unico precio en que $\frac{3}{4}p = p$ es $p = 0$. Por lo cual, en este caso no se transan autos.

5. Suponga que un individuo cuya riqueza inicial es W_0 y cuya utilidad viene dada por la ecuación $U(W) = -e^{-AW}$ tiene una probabilidad del 50% de ganar o perder \$1.000. ¿Cuánto estará dispuesto a pagar (F) para evitar el riesgo?

Para calcular esta cantidad, hacemos que la utilidad de $W_0 - F$ sea iguala a la utilidad esperada del juego:

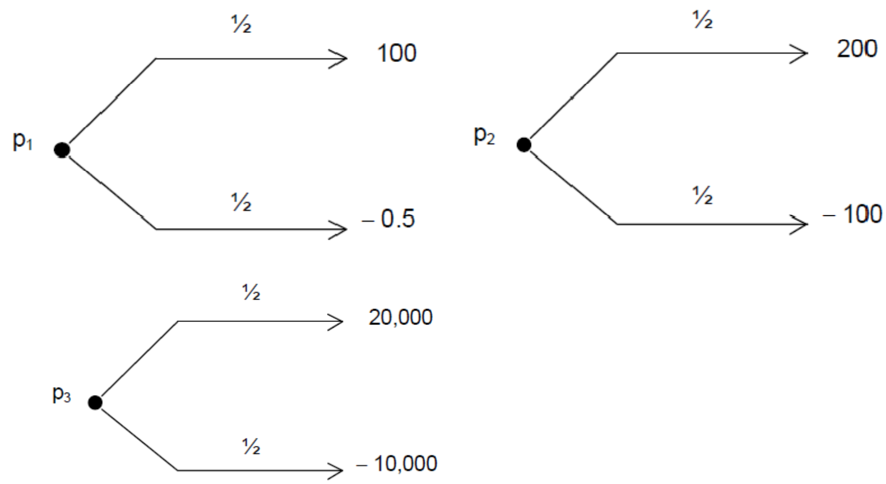
$$-e^{-A(W_0-F)} = -0.5e^{-A(W_0+1000)} - 0.5e^{-A(W_0-1000)}$$

Eliminado e^{-AW_0} tenemos:

$$e^{AF} = 0.5e^{-1000A} + 0.5e^{1000A}$$

$$F = \frac{\ln(0.5e^{-1000A} + 0.5e^{1000A})}{A}$$

6. Todas las loterías no son iguales para las personas, algunas son más preferidas a otras. Suponga que tiene \$10.000 y tiene la opción de jugar una de las siguientes loterías:



La riqueza final después de jugar las loterías es igual a \$10.000 más los premios de cada lotería. Dado que tiene la opción de jugar alguna de las loterías (suponga que solo puede jugar una), ¿cuál sería la elección óptima del apostador?

(a) Calculando Valor Esperado

$$VE(L1) = 0.5 * 10100 + 0.5 * 9999.5 = 10049.75$$

$$VE(L2) = 0.5 * 10200 + 0.5 * 9900 = 10050$$

$$VE(L3) = 0.5 * 30000 + 0.5 * 0 = 15000$$

Se selecciona la lotería 3.

(b) Calculando Utilidad Esperada

$$UE(L1) = 0.5 * u(10100) + 0.5 * u(9999.5)$$

$$UE(L2) = 0.5 * u(10200) + 0.5 * u(9900)$$

$$UE(L3) = 0.5 * u(30000) + 0.5 * u(0)$$

Depende de la forma de $u(x)$. Si $u(x) = \sqrt{(}x)$ entonces se selecciona la primera loteria (pues es adverso al riesgo), mientras que si $u(x) = x$ se selecciona la tercera loteria (es el mismo caso de valor esperado). Si $u(x) = x^2$ se selecciona la tercera.

7. Un individuo posee una riqueza de 36 y está considerando invertir en un nuevo negocio, el cual, con probabilidad 2/3 incrementará su riqueza en 13, mientras que con probabilidad de 1/3 la reducirá en 11. Suponiendo que el individuo es averso al riesgo con función de utilidad $u(x) = \sqrt{x}$. ¿ Qué decisión tomaría el inversionista?

   Debe evaluar la utilidad esperada de las loterías que está enfrentando: $UE(Inverti) = \frac{2}{3}\sqrt{49} + \frac{1}{3}\sqrt{25} = 6.33$ $UE(NoInvertir) = 6$ Decide invertir.

8. Un individuo posee un ingreso bruto I, y debe decidir si paga o no paga sus impuestos T. Si paga, obtiene con seguridad un ingreso I-T. Si decide no pagar con probabilidad de p=0.2 puede ser descubierto debiendo entonces pagar una multa M. Si no paga la multa, se queda con su ingreso I. ¿ qué decisión tomaría el individuo si es averso al riesgo con función de utilidad $\sqrt(x)$.

Sean: I= Ingreso=100, T=Impuesto=20, M=Multa=16.

Si paga entonces tiene un ingreso de $I - T = 80$ con seguridad. Su utilidad seria $U(80) = 8.94$. Si decide no pagar entonces su utilidad esperada es $0.2U(100 - 20 - 16) + 0.8U(100) = 0.2U(64) + 0.8U(100) = 9.6$. Decide no pagar.