Taller 2

Mauricio Romero y Gabriela Gonzalez

1. Considere una economia de intercambio con dos consumidores (A y B), y funciones de utilidad $u_A = x_{1A} - \frac{1}{8}x_{2A}^{-8}$ y $u_B = x_{2B} - \frac{1}{8}x_{1B}^{-8}$. Suponga que las dotaciones iniciales son $e_A = (2, r)$ y $e_B = (r, 2)$.

   a) Caracterice el conjunto de asignaciones Pareto eficiente. Grafíquelo.

   b) Encuentre el equilibrio walrasiano (Aquí encontraré que existe más de un equilibrio, es decir que el equilibrio no es único. De hecho, Arrow demostró que las condiciones para que el equilibrio sea único son extremas: Que todos los agentes tengan funciones de utilidad Cobb-Douglas). Pista: use $r = 2^{8/9} - 2^{1/9}$ y prueben que las relaciones de precios $p = \{2, 1, 1/2\}$, son todas de equilibrio.

   c) Verifique que estas asignaciones pertenecen al conjunto de asignaciones Pareto eficiente.

   Vamos a demostrar que es "difícil" que el tanteador llegue a $p = 1$, mientras que es "fácil" que llegue a $p = 0.5$ y $p = 2$.

   d) Suponga que el subastador Walrasiano ajusta los precios de acuerdo a si hay exceso de demanda o no. Es decir, suponga que si hay exceso de demanda el precio sube y si hay exceso de oferta el precio cae. Dibuje el diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_1(t)}{dt} = z_1(p_1, p_2)$ y $\frac{dp_2(t)}{dt} = z_2(p_1, p_2)$

   e) Un equilibrio es localmente estable si cuando se tiene un vector de precios relativos inicial suficientemente cercano al de equilibrio, entonces los precios convergen a los de equilibrio. Demuestre que $p = 0.5$ y $p = 2$ son equilibrios estables mientras que $p = 1$ no lo es.

   f) Utilizando el diagrama de fase demuestre la afirmación en negrilla. Piense en que pasaría si el tanteador walrasiano comienza con un precio relativo diferentes a los de equilibrio ¿Sería posible llegar a $p = 1$?

2. Una asignación factible de recursos en una economía se dice libre de envidia si ningún agente preferiría estrictamente tener la asignación que a otro le corresponde.

   a) Usando el Segundo Teorema del Bienestar, ¿cómo podríamos redistribuir la dotación total de la economía, de tal manera que el equilibrio resultante bajo competencia perfecta sea libre de envidia? (En particular, la asignación de equilibrio es eficiente, por el primer teorema del bienestar).

   Pista: Pruebe dandole a todos los individuos lo mismo.

   b) Una asignación es justa (fair) si es, a la vez, libre de envidia y eficiente en sentido de Pareto. En una caja de Edgeworth, demuestre que las asignaciones libres de envidia no necesariamente son justas.

   Pista: Utilize la siguiente economia con dos bienes y dos individuos con preferencias $u_1(x_1, y_1) = x_1^{1/2}y_1^{1/2}$ y $u_2(x_2, y_2) = x_2^{1/4}y_2^{3/4}$, con dotaciones iniciales $w = (w_x, w_y) = (2, 2)$, como ejemplo.

3. Considere la siguiente economía: Existen tres productos: leguma, tillip y quillip, dos consumidores (denominados 1 y 2) y dos empresas (denominadas x e y). La empresa x produce tillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología lineal de producción $t = 3l$. Es decir, por cada unidad de leguma utilizada como factor de producción la empresa produce tres unidades de tillip. La empresa y produce quillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología de producción

$q = 4l$. Cada consumidor inicialmente posee 5 unidades de leguma y es propietario de un 50 % de cada empresa. El consumidor 1 tiene una función de utilidad dada por

$$u_1(t, q) = 6 + 0.4ln(t) + 0.6ln(q)$$

El consumidor 2 tiene la función de utilidad

$$u_1(t, q) = 8 + ln(t) + ln(q)$$

¿Cuál es el equlibrio general de esta economía? Suponga que las empresas y los consumidores toman los precios como dados y desean maximizar sus beneficios.

4. Suponga que hay un solo bien, dos periodos ($t = 0, 1$), y dos estados del tiempo en el segundo periodo. En total hay tres posibles estados $s = 0, 1, 2$. $s = 0$ denota el estado en el primer periodo del tiempo. Suponga que la probabilidad de $s = 1$ es $\pi = 1/2$ (es decir la probabilidad que en $t = 1$ suceda $s = 1$ es $1/2$). Hay dos agentes. El agente A es un trabajador y gana y en cualquier estado (i.e., $e^A = (y, y, y)$). El agente B es un emprendedor que tiene dotaciones $e = (0, 2, 0)$, es decir no tiene nada, excepto en el primer estado de $t = 1$. Ambos agentes maximizan la siguiente funcion de utilidad

$$U(c_0, c_1, c_2) = f(c_0) + \beta [\pi f(c_1) + (1 - \pi)f(c_2)]$$

donde

$$f(c) = 10c - \frac{1}{2}c^2$$

Suponga que el mercado tiene la siguiente estructura: En el periodo 0 los agentes pueden comprar activos de Arrow, y en cada periodo se compran y venden bienes de ese periodo.

a) Utilizando Kunh-Tucker encuentre que

$$10?c_0^i = \beta \frac{1}{2q_s}(10 - c_s^i$$

para ambos agentes (i=A,B) y para ambos estados (s=1,2).

b) Sume esta ecuaccion para ambos agentes (sume la ecuacion del estado s del agente A con la ecuacion del estado s del agente B).

c) Recuerde que en equilibrio el mercado de bienes se vacia. Es decir

$$C_0^A + C_0^B = y$$

$$C_1^A + C_1^B = 2 + y$$

$$C_2^A + C_2^B = y$$

Reemplace la ecuacion que encontro en el punto anterior en las restricciones presupuestales

d) Despeje q_1 y q_2

e) Ahora considere un mercado donde no hay activos de Arrow. En cambio se puede comprar un bono libre de riesgo que paga 1 en todos los estados (s=1,2). Tambien se pueden comprar acciones en la firma del emprendedor. Note que estas acciones pagan 2x, si se compran x acciones, en el estado s=1, y cero en el estado s=2. Encuentre el precio de estas acciones en equilibrio siguiente los pasos anteriores.

f) Demuestre que el precio de estos nuevos activos, es exactamente el precio que tendrian que tener para que no hubiera arbitraje si tambien se pudieran comprar los activos de Arrow.