

## Taller 3- Solución

Mauricio Romero y Gabriela Gonzalez

1. Suponga que un agente tiene una función de utilidad  $u(x) = \sqrt{x}$

- a. Calcule el equivalente de certeza y la prima de riesgo, para una lotería que paga 16 con probabilidad 0.5 y 4 con probabilidad 0.5.

Sea  $ED$  el equivalente de certeza. Por definición sabemos que  $U(ED) = E(U(x))$ , donde  $x$  es la lotería en cuestión. Se cumple entonces que:

$$\sqrt{ED} = 0.5 * \sqrt{16} + 0.5 * \sqrt{4}$$

Despejando  $ED$ , tenemos:  $ED = 9$

Ahora, para calcular la prima de riesgo ( $P$ ), sabemos que  $P = E(x) - ED$

El valor esperado de esta lotería es:  $E(x) = 0.5 * 16 + 0.5 * 4 = 10$

Entonces  $P = 10 - 9$ . Luego  $P = 1$ .

- b. Calcule el equivalente de certeza y la prima de riesgo, para una lotería que paga 36 con probabilidad 0.5 y 16 con probabilidad 0.5.

Siguiendo el mismo argumento del punto anterior, tenemos:

$$\sqrt{ED} = 0.5 * \sqrt{36} + 0.5 * \sqrt{16}, \text{ entonces } ED = 25$$

El valor esperado de esta lotería es de:  $E(x) = 0.5 * 36 + 0.5 * 16$ , entonces  $E(x) = 26$ .

De acuerdo con esto:  $P = 26 - 25$ , entonces  $P = 1$ .

2. Realice el punto anterior, pero suponiendo que el agente tiene una función de utilidad  $u(x) = x^2$

La solución es igual a la del punto anterior, pero cambiará la utilidad esperada del individuo en cada lotería y por lo tanto el equivalente de certeza ( $ED$ ).

**Lotería a:** Para calcular el  $ED$ , resolvemos la siguiente ecuación:  $ED^2 = 0.5 * (16)^2 + 0.5 * (4)^2$ .

Despejando  $ED$ , tenemos:  $ED = 11.66$

Ahora, la prima de riesgo sería  $P = 10 - 11.66 = -1.66$ .

Es de esperarse que  $P$  sea negativo en este caso, pues la función de utilidad es de una persona amante del riesgo que estaría dispuesta a pagar para asumir el riesgo del juego.

**Lotería b:**  $ED^2 = 0.5 * (36)^2 + 0.5 * (16)^2$

$ED = 27.857$

Luego  $P = 26 - 27.857$

$P = -1.857$

3. Realice el primer punto, pero suponiendo que el agente tiene una función de utilidad  $u(x) = x$

**Lotería a:**  $ED = 0.5 * (16) + 0.5 * (4)$

$ED = 10 = E(x)$ , entonces  $P = 0$ .

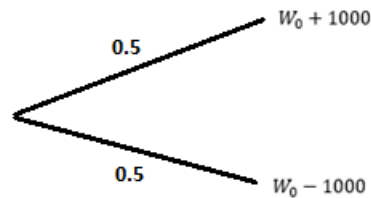
Se trata de una persona neutral al riesgo, por lo tanto es de esperarse que su prima de riesgo sea cero.

**Lotería b:**  $ED = 0.5 * (36) + 0.5 * (16)$

$ED = 26 = E(x)$ , entonces  $P = 0$ .

4. Suponga que un individuo cuya riqueza inicial es  $W_0$  y cuya utilidad viene dada por la ecuación  $U(W) = -e^{-AW}$  tiene una probabilidad del 50 % de ganar o perder \$1.000. ¿Cuánto estará dispuesto a pagar (F) para evitar el riesgo?

El individuo se enfrenta al siguiente problema:



El valor esperado de esta lotería es igual a la riqueza inicial. F será entonces la diferencia entre la riqueza inicial de la persona ( $W_0$ ) y su equivalente determinístico de participar en la lotería:  $F = W_0 - ED$

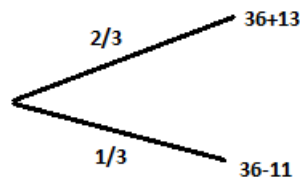
Calculamos entonces ED como:  $-e^{-A*ED} = 0.5 * (-e^{A(W_0+1000)}) + 0.5 * (-e^{A(W_0-1000)})$

Despejando ED, tenemos:  $ED = \frac{\ln(2) - \ln(1 + e^{2000A})}{A} + W_0 + 1000$ . El tipo es indiferente entre tener este valor con certeza o correr el riesgo de ganar o perder \$1000 con probabilidad del 50 %.

Por lo tanto,  $F = W_0 - ED$ , entonces  $F = \frac{\ln(1 + e^{2000A}) - \ln(2)}{A} - 1000$ . Y ese es el valor que el individuo estará dispuesto a pagar para evitar el riesgo.

5. Un individuo posee una riqueza de 36 y está considerando invertir en un nuevo negocio, el cual, con probabilidad  $2/3$  incrementará su riqueza en 13, mientras que con probabilidad de  $1/3$  la reducirá en 11. Suponiendo que el individuo es averso al riesgo con función de utilidad  $u(x) = \sqrt{x}$ . ¿Qué decisión tomaría el inversionista?

**Si invierte:**



**Si no invierte: 36**

Para responder cuál prefiere el individuo, calculamos su equivalente determinístico (ED) de invertir:

$$U(ED) = E(U(\text{invertir}))$$

$$\sqrt{ED} = \frac{2}{3} * \sqrt{49} + \frac{1}{3} * \sqrt{25}$$

Despejando ED:  $ED = 40.11$ . Esto significa que la persona sería indiferente entre recibir 40.11 con certeza y participar en la inversión. Sin embargo, note que el ED es mayor a la riqueza de la persona si no invierte:  $40.11 > 36$ . Por lo tanto, los 36 con certeza le generan a la persona menos utilidad que la utilidad esperada de participar en la inversión y por lo tanto, el individuo decide invertir.