

# Taller 4

Mauricio Romero y Gabriela Gonzalez

## 1. Basado en el ejercicio 35.3 de las notas de clase de Victor Lima.

Imagine un mundo con dos firmas, una fundidora que produce acero  $s$  y contamina el aire  $a$ , y una lavandería que limpia ropa  $r$ .

Las posibilidades de producción de la fundidora las resume su función de costos,,

$$C_f(s, a) = s^2 + (P - a)^2.$$

La lavandería tiene una función de costos,

$$C_L(r, a) = r^2 + a^2.$$

Sea  $p_s$  el precio del acero y  $p_r$  el precio de la ropa limpia.

- a) Suponga que las firmas operan en un mercado descentralizado. Obtenga el nivel de producción de acero  $s^*$ , contaminación  $a^*$ , ropa limpia  $r^*$ ; y las ganancias de la fundidora  $\pi_f^*$  y de la lavandería  $\pi_L^*$ .

Suponga que la lavandería y la fundidora se unen, de tal manera que el dueño maximiza las ganancias conjuntas de las firmas bajo el mismo esquema de costos y producción.

- b) ¿Cuál es el nivel de producción y de ganancia de cada firma? ¿Cuáles son las ganancias totales? ¿Cuál es el nivel óptimo de contaminación? Denote la solución como  $a^p$ ,  $s^p$  y  $r^p$ , y las ganancias como  $\pi_f^p$  y  $\pi_L^p$ .

- c) Calcule el valor de la pérdida de bienestar en el caso competitivo.

El gobierno esta preocupado por una posible colusión por lo que no permite la unión de las firmas. Sin embargo quiere internalizar la externalidad por lo que decide poner un impuesto sobre la polución, es decir la fundidora paga por la contaminación que genera a una tasa de  $\tau$ .

- d) Encuentre la tasa impositiva  $\tau^*$  que debería poner el gobierno si quiere eliminar la externalidad.

Suponga ahora que el gobierno decide asignar los derechos de propiedad de aire puro a la lavandería. Esta puede cobrar un precio de  $p_a$  por cada unidad de polución. La fundidora compra estos permisos para poluir.

- e) ¿Cuál es el precio de equilibrio de la polución? ¿Cuál es la cantidad de equilibrio?

Suponga alternativamente que el gobierno asigna los derechos a la fundidora y esta vende bonos de contaminación a un precio  $p_c$ .

- f) ¿Cuál es el precio y la cantidad de bonos de de equilibrio en este caso? ¿Cuánto sería la polución de equilibrio?

Adicionalmente suponga que existen costos de transacción  $t_f = 0$  y  $t_L > 0$ ,

- g) Debería el gobierno asignar los derechos de propiedad a la lavandería o a la fundidora?

2. Suponga que A-soft es una empresa dedicada a desarrollar software de alta calidad. Por su parte B-Ing, es una firma de ingeniería. Ambas firmas están en el mismo pueblo y los trabajadores de ambas firmas comparten sus conocimientos a diario entre ellos. Por lo tanto, cada vez que A-soft desarrolla nuevo software, los ingenieros de B-Ing se enteran de los nuevos métodos y son más productivos. De hecho, si  $h$  es el nivel de desarrollo de A-soft, su ganancia está dada por  $\pi_A = ah^{1/2} - h$  y la ganancia de B está dada por  $\pi_B = bh^{1/2}$ . El director del pueblo se da cuenta que con ciertas medidas económicas el nivel de desarrollo  $h$  podría ser mayor y propone varias opciones:
- Que ambas empresas se fusionen. Encuentre en este caso el nivel de desarrollo  $h$  que se elegirá y las ganancias agregadas.
  - Poner un subsidio  $\tau$  a A-soft. Calcule el subsidio ideal si se desean maximizar las ganancias de las empresas. Encuentre el nivel de desarrollo de equilibrio con este impuesto.
  - Declarar a A-soft como dueña del desarrollo tecnológico y oblicar a B-Ing a pagar un precio  $p$  por cada unidad de desarrollo que use. Encuentre en este caso el precio  $p$  y el nivel de desarrollo de equilibrio.
  - Explique por qué la situación planteada constituye una externalidad. Contraste el resultado de cada una de las soluciones planteadas contra el del mercado sin ninguna de las soluciones.
3. El número de personas en un pueblo es de 100. Todos los días estas personas eligen una ruta para ir de la zona residencial (Punto A) a la zona industrial (Punto B). Existen únicamente 2 rutas para ir del punto A al punto B. La ruta 1 es ligeramente más larga pero es amplia y por ende puede albergar cualquier cantidad de tráfico. Sea  $T_1$  la cantidad de tráfico de la ruta 1 (número de personas que la transitan). El tiempo de viaje de esta ruta siempre es de 15 minutos. La ruta 2 es más corta pero más angosta por lo que se congestiona. Si no hay tráfico uno se demora 5 minutos en esta ruta, pero si el tráfico de esta ruta (número de personas que la transitan) es  $T_2$  entonces el tiempo de viaje es  $5 + \frac{T_2}{C}$  donde  $C$  es un factor de capacidad de la ruta. La gente siempre elige la ruta más rápida.
- Suponga que la capacidad de la ruta 2 es 5. Es decir el tiempo de viaje por la ruta 2 es  $5 + \frac{T_2}{5}$ . En equilibrio, cuánta gente elige la ruta 2 y cuál es el tiempo de viaje?
  - Suponga que el alcalde de este pueblo, Samy, decide ampliar la capacidad de la ruta 2 debido a que hay mucha congestión. Demuestre que cualquier incremento en la capacidad tal que  $C \leq 10$  no mejora el tiempo de viaje en equilibrio. Explique este fenómeno conocido como la paradoja de Pigou-Knight-Down.
  - Cuales son las implicaciones de política de esta paradoja.
4. Dos Firmas, A y B, cada una produce 80 unidades de contaminación. El gobierno quiere reducir los niveles de contaminación. El costo *marginal* de la firma A de reducir su contaminación en  $Q_a$  es  $Cmg(Q_a) = 50 + 3Q_a$ , y el de la firma B de reducir su contaminación en  $Q_b$  es  $Cmg(Q_b) = 20 + 6Q_b$ . El beneficio marginal para la sociedad de reducir la contaminación *total* en  $Q_T$  es  $Mg(Q_T) = 590 + 3Q_T$ .
- Cual es la reducción de contaminación óptimo (social o de Pareto)
  - Cual es el nivel óptimo de contaminación en el óptimo. Denote esta cantidad por  $Q^*$
  - Demuestre que asignar  $Q^*/2$  permisos, no comerciables, a cada firma es ineficiente
  - Demuestre que si los permisos son comerciables, entonces el equilibrio es el óptimo social
  - Se podría alcanzar el óptimo imponiendo un impuesto? Justifique su respuesta.
5. Considere una economía de dos consumidores y que cada consumidor tiene preferencias idénticas dadas por:  $u^i(x_i, G) = \ln(x_i) + \ln(G)$  y una riqueza inicial de  $I_i$ .  $G = G_1 + G_2$  donde  $G_i$  es la contribución de  $i$  al bien público y por ende la restricción presupuestal es  $I_i = x_i + G_i$ .

- a) Suponiendo que cada consumidor considera que el gasto de la otra persona en el bien público es fijo, encuentre el nivel de equilibrio de del bien publico. Compare esto con el nivel optimo socialmente.
- b) Determine el nivel de equilibrio del bien público proporcionado para el caso de  $I_1 = I_2 = 10$ . Muestre que una redistribución de la riqueza a  $I_1 = 12, I_2 = 8$  no afecta al nivel del bien público.
- c) Supongamos que el gobierno decide gravar a las personas con un impuesto de 2 y que  $I_1 = I_2 = 10$ , tal que la riqueza después de impuestos es de 8 para ambos individuos. El gobierno utiliza todos sus impuestos para la compra del bien público. ¿Cuál es el impacto de esta política en el bien público? ¿Es esta una asignación más eficiente que el que está en b)? Explique.
- d) Suponga de nuevo que  $I_1 = I_2 = 10$ , encuentre la maxima transferencia del individuo 2 al individuo 1 que no altere el nivel del bien publico encontrado en b. Recuerde que  $G_i \geq 0$ .
- e) Supongamos  $I_1 = 14$ , e  $I_2 = 6$ . ¿Cuál es la provisión de equilibrio del bien público? Es esto una asignación más eficiente que el que está en d)? Explique.
- f) Supongamos que empezamos con la situación e) y el gobierno pasos de gravar tanto a las personas en la cantidad de 2, por lo que la persona tiene la riqueza 1 después de impuestos de 12, y la persona tiene 2 después de impuestos la riqueza de 4. El gobierno utiliza todos sus impuestos para la compra de unidades del bien público. Cual es el impacto de esta política en el buen nivel público? ¿Es esta una asignación más eficiente que el de d) y / oe)? Explique.
- g) Mantengamos la cantidad de riqueza igual a 20 en esta economía. Muestre que el nivel de público bien disminuye si añadimos dos nuevos consumidores con las mismas preferencias y cada consumidor recibe una dotación igual de 5. (Pista, si todos los consumidores son idénticos, el equilibrio se caracterizará por contribuciones de equilibrio idénticos.)
6. Tres agricultores ( $i = 1, 2, 3$ ) han reconocido que cualquier fertilizante rociado en su vecindario es un bien público a ellos. El fertilizante cuesta \$3 por galón. Las ganancias de los agricultores, como funciones de la cantidad  $x$  de fertilizante aplicado, están dadas por las funciones  $v_i(x) = \alpha_i \ln x$ , donde  $\alpha_i = i$ . (Las funciones  $v_i$  dan la ganancia sin contar lo que pagan por los fertilizantes.) Lo que cada agricultor usa de fertilizante esta dado por  $t_i$  y  $x = t_1 + t_2 + t_3$
- a) Cual es el optimo social (de pareto)
- b) Cual es el equilibrio de esta economia
- c) (B) (Mecanismo CG): Los agricultores han acordado utilizar el mecanismo CG para resolver su problema de asignación de recursos. Suponga que se sabe que cada agricultor tiene una función de valoración de la forma  $v_i(x) = \alpha_i \ln x$ , pero  $\alpha_i$  es información privada.
- 1) Piense que los individuos mandan mensajes  $\hat{\alpha}_i$ , el CG impone que  $T_i$  sea el costo de proveer el bien publico, menos las valoraciones de los otros agentes. Cuanto seria  $T_i$ .
  - 2) Cual seria el mensaje que envia cada agricultor
  - 3) Cual seria la cantidad de fertilizante total en la economia.
  - 4) Cubre la recaudación tributaria el costo de producción o dejar un desequilibrio presu- puestario.