

# Taller 4

Mauricio Romero y Gabriela Gonzalez

1. Supongamos que se desea crear una (función de elección social) FES para una sociedad que tiene  $n \geq 3$  alternativas. Un economista sugiere modificar la Cuenta de Borda buscando una FES que satisfaga la independencia de alternativas irrelevantes (IAI). Para esto, propone que a cada alternativa  $A$ , se define para el agente  $i$ , el puntaje de  $i$  para  $A$  como  $p_i(A) = w_k$ , donde  $k$  es la posición que la alternativa  $A$  ocupa en el ranking de  $i$ , y  $w_1 > w_2 > \dots > w_n > 0$  son unos pesos dados. Asumiremos que los agentes tienen preferencias en las que no hay dos alternativas indiferentes. Teniendo en cuenta la definición anterior, la FES, que denotaremos por  $\succ_w$  se define como

$$A \succ_w B \Leftrightarrow p(A) = \sum_{i=1}^n p_i(A) \geq \sum_{i=1}^n p_i(B) = p(B).$$

- a) Muestre que si  $w_k = n - k$ , la FES obtenida es idéntica a la de la Cuenta de Borda que denotaremos  $\succ_{CB}$ .
- b) ¿Cuáles de las propiedades vistas en clase (diferentes de IAI) son satisfechas por esta FES?
- c) Suponga que  $n = 4$  y en la sociedad hay 3 agentes. ¿Si  $w_1 = 40, w_2 = 20, w_3 = 10, w_4 = 5$ , hay IAI? (Hint: Busque dos perfiles de preferencias con iguales órdenes para dos alternativas pero diferentes órdenes en la FES).
- d) Cree usted que es posible elegir los pesos de modo que la FES obtenida cumpla la IAI? (Hint: Piense en el teorema de imposibilidad de Arrow).

2. Sea  $A = x, y, z$  el conjunto de alternativas y  $N = 1, 2$  el conjunto de individuos. Decimos que  $i$  las preferencias estrictas de  $i$  están dadas por  $\succ_i$ . Sean las preferencias sociales de esta sociedad son  $\succ_s = f(\succ_1, \succ_2) = \begin{cases} \succ_1 & \text{si } x \succ_1 y \succ_1 z \text{ \& } y \succ_2 x \succ_2 z \\ \succ_2 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- a) Satisface esta regla de elección social con el principio de Pareto débil?
- b) Satisface esta regla de elección social con el principio de IAI?
3. Considere un problema entre un vendedor de ropa y su jefe. El jefe es neutral al riesgo y quiere maximizar las ventas esperadas. El vendedor de ropa es averso al riesgo. El agente puede elegir dos niveles de esfuerzo  $\{\underline{a}, \bar{a}\}$  con costos asociados  $\{\underline{c}, \bar{c}\} = \{0, c\}$ . Cada nivel de esfuerzo puede generar dos niveles de ganancias para el principal  $\{\underline{x}, \bar{x}\}$  donde  $P(\underline{x}|\underline{a}) > P(\underline{x}|\bar{a})$ .

La función de utilidad del vendedor de ropa es  $u(w, c) = \ln(w) - c$ . Si el vendedor no trabaja para su jefe su utilidad es 0.

- a) Como debe ser la utilidad del jefe dado que es neutral al riesgo?
- b) Plantee el problema que quiere maximizar el jefe (es decir, él quiere maximizar sus ganancias, y para hacerlo debe inducir cierto esfuerzo por parte del principal). Explícitamente indique cuáles son las condiciones de compatibilidad de incentivos (CI) y de Racional individualmente (RE).
- c) Resulta explícitamente cuál debe ser el esquema de salario que el jefe le ofrece al vendedor de ropa
- d) Compare este resultado con el óptimo social cuando el esfuerzo del agente se puede observar

4. Considere un modelo donde hay muchas empresas que están tratando de contratar personas y hay dos tipos de personas en el mundo:  $\theta = 1$  o  $\theta = 2$ . Las empresas creen que la mitad de las personas son de tipo  $\theta = 1$  y la mitad de tipo  $\theta = 2$ . Un trabajador produce  $\theta(1 + at)$  cuando se le da un trabajo con responsabilidades  $t$ . Las firmas ofrecen contratos de la forma  $(t, w)$  donde  $t$  son las responsabilidades y  $w$  es el salario. Si un trabajador acepta un contrato su utilidad es  $w - \frac{bt^2}{\theta}$  y la empresa gana  $\theta(1 + at) - w$ . El trabajador conoce su tipo, pero la firma no.
- a) Describa el contrato en equilibrio donde se sabe que todos los trabajadores son del mismo tipo. Pista 1: como hay muchas firmas, sus ganancias deben ser cero. Pista 2: en equilibrio la curva de indiferencia del agente debe ser tangente a algo...
- b) Describa un equilibrio donde la gente de diferente tipo acepta diferentes contratos. **Pista:** Puede suponer que un individuo de tipo 1 en equilibrio, va a ser indiferente entre su contrato y el contrato diseñado para la persona tipo 2.