Problemas de Micro III

Miguel Espinosa y Mauricio Romero

Chapter 1

Consumidor

item Considere un consumidor con preferencias sobre dos bienes (x, y). Las preferencias son lexicográficas. Es decir: $(x_1, y_1)R(x_2, y_2)$ si y solo si $(x_1 > x_2)$ o $(x_1 = x_2$ y $y_1 \geq y_2)$.Para una canasta de bienes (x, y) dibuje el conjunto de canastas preferidas a esta. Son estas preferencias:

(a) (b)
- Completas
- Reflexivas
- Transitivas
- Monotonas

1. Probar los siguientes resultados:

   (a) Si R es monotona, entonces $u(.)$ es creciente

   $$(u(x) > u(y) six \succ\succ y)$$

   .

   (b) Si R es convexa, entonces $u(.)$ es cuasiconcava $(u(\alpha x + (1-\alpha)y) \geq \min(u(x), u(y))$ para cualquier x, y y todo $\alpha \in [0, 1]$.

   (c) Si R es estrictamente convexa, entonces $u(.)$ es estrictamente cuasiconcava $(u(\alpha x + (1 - \alpha y)) > \min(u(x), u(y))$ para cualquier x, y con $x \neq y$ y todo $\alpha \in (0, 1)$.

2. Dejemos a un lado el supuesto de no sociabilidad local por un momento. Esto permite tener curvas de indiferencia muy variadas. Considere dos bienes: Películas y conciertos. Para cada una de las preferencias descritas dibuje una gráfica que represente las curvas de indiferencia.

Defina los ejes como "conciertos por mes" y "películas por mes". Para cada gráfica pinte una flecha que indique en que dirección se encuentran canastas más preferidas.

(a) A Miguel le gustan los conciertos pero le es completamente indiferente si va o no a ver peliculas.

(b) A Mauricio le gustan las películas pero le disgustan los conciertos.

(c) A Carlos le disgustan tanto las películas como los conciertos. El prefiere leer. Adicionalmente, a medida que ve más películas le disgustan cada vez más, en cambio los conciertos le disgustan lo mismo sin importar a cuantos ha ido.

(d) A Juliana le disgustan las películas y los conciertos, y los conciertos le disgustan lo mismo sin importar a cuantos ha ido, pero a diferencia de Carlos a medida que va a más películas están le empiezan a disgustar menos.

(e) A Tomás le gustan los conciertos hasta que asiste a tres por mes, de ahí en adelante cada concierto extra le disgusta. Sin embargo, le gustan las películas sin importar cuantas se ha visto.

(f) A Andrea lo que más le gusta es ver tres películas y dos conciertos al mes. Si se desvía de estas cantidades (bien sea hacia arriba o hacia abajo), entonces esta menos feliz. A medida que más se desvía esta mas infeliz.

3. Suponga, que aparte de usted, solo hay dos tipos de personas en el mundo. Estudiantes de la Javeriana (J) y estudiantes de la Sabana (S). A usted, un orgulloso uniandino, le caen mal ambos tipos de personas. En otras palabras, desde su perspectiva estudiantes de la Javeriana y la Sabana son "males". Su función de utilidad depende del número de personas de la Javeriana y de la Sabana con las que le toca convivir, es decir U(J,S).

   (a) Dibuje una curva de indiferencia cualquiera e indique en qué dirección se encuentran las canastas más preferidas. En el eje x ponga el número de estudiantes de la Javeriana (J) y en el eje y el número de estudiantes de la sabana (S).

   (b) Ahora suponga que su desagrado se puede caracterizar por $U(J,S) = -max(J,3S)+10$. Dibuje algunas curvas de indiferencia e indique en qué dirección se encuentran las canas más preferidas.

(c) Ahora suponga que los estudiantes de la Sabana le siguen desagradando, pero que es indiferente ante estudiantes de la Javeriana. Dibuje algunas curvas de indiferencia que representen estas preferencias e indique en qué dirección se encuentran las canas más preferidas.

4. Considere la siguiente funcion de utilidad: $u = (\alpha x^\rho + \beta y^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$. Esta funcion de utilidad se conoce como CES (constant elasticity of substitution) ya que (se puede demostrar) su elasticidad de sustitucion es constante e igual a $\frac{1}{1-\rho}$.

   (a) Muestre que cuando $\rho = 1$, las curvas de indiferencia se vuelven lineales.

   (b) Muestre que cuando $\rho \to 0$ y $\alpha + \beta = 1$, esta funcion de utilidad se convierte en la funcion Cobb-Douglas $u(.) = x^\alpha y^\beta$. (tambien se puede demostrar que cuando $\rho \to \infty$, esta funcion de utilidad se convierte en una Leontief).

   (c) Es $u(.)$ homogenea? Son las preferencias representadas por $u(.)$ homoteticas?

   (d) Obtenga el vector de demanda marshaliana (walrasiana). es la demanda marshaliana (warlasiana) de cada bien un conjunto unitario? Cual es la razon?

   (e) Satisfacen estas demandas la homogeneidad de grado cero y la ley de Walras?

5. Suponga que tiene un consumidor con función de utilidad $U(x, y) = e^{\min(\alpha x, \beta y)}$, donde α,β >0. Sean p y q los precios de los bienes x y y respectivamente.

   (a) Dibuje una curva de indiferencia típica e indique en qué dirección se encuentran las canastas más preferidas.

   (b) Encuentre las demandas marshalianas de ambos bienes.

   (c) Encuentre la función de utilidad indirecta.

   (d) Encuentre la función de gasto mínimo.

   (e) Encuentre las demandas hicksianas.

6. Considere la siguiente información acerca de las compras de un individuo que consume 2 bienes, en dos momentos del tiempo diferentes.

	Año 1		Año 2	
	Cantidad	Precio	Cantidad	Precio
Bien A	100	100	120	100
Bien B	100	100	?	80

Encuentre el intervalo al que pertenece la cantidad desconocida (?) de tal manera que el consumidor viole WARP.

7. El consumidor compra la canasta x^i al precio p^i $(i = 0, 1)$. Para los puntos $a - d$ determine si las escogencias satisfacen WARP.

   (a) $p^0 = (1; 3)$; $x^0 = (4; 2)$ y $p^1 = (3; 5)$; $x^1 = (3; 1)$

   (b) $p^0 = (1; 6)$; $x^0 = (10; 5)$ y $p^1 = (3; 5)$; $x^1 = (15; 4)$

   (c) $p^0 = (1; 2)$; $x^0 = (3; 1)$ y $p^1 = (2; 2)$; $x^1 = (1; 2)$

   (d) $p^0 = (2; 6)$; $x^0 = (20; 10)$ y $p^1 = (3; 5)$; $x^1 = (18; 4)$

8. Considere un consumidor con preferencia neoclásicas (Una función de utilidad que representa unas preferencias que cumplen los axiomas 1-5). Demostrar que sus escogencias (demanda Marshalliana) satisfacen WARP.

Chapter 2

Firma

9. Para las funciones de producción:

    (a) $f(\mathbf{x}) = [\min(a_1x_1, a_2x_2, ..., a_nx_n)]^{\gamma}$ con $\gamma > 0$, $\forall j \ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

    (b) $f(\mathbf{x}) = \left(\sum\limits_{i=1}^{n} a_ix_i\right)^{\gamma}$ con $\gamma > 0$, $\forall j \ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

    (c) $f(\mathbf{x}) = \left(\sum\limits_{i=1}^{n} a_ix_i^{\rho}\right)^{\frac{\gamma}{\rho}}$ con $\gamma, \rho > 0$,$\forall j \ a_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

    (d) $f(\mathbf{x}) = A\prod\limits_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i}$ con $A > 0$, $\forall j \ \alpha_j, x_j \in \mathbb{R}_+$

    Para cada función encuentre la $TMST_{x_ix_j}$, el grado de homogeneidad, rendimientos a escala, la elasticidad de sustitución y la demanda no condicional de factores.

10. Definiendo la elasticidad a escala cómo $e(x) = \frac{\partial f(tx)}{\partial t}\frac{t}{f(tx)}$, muestre con las funciones de producción del punto anterior que e (x) es exactamente el grado de homogeneidad de la función.(hágalo para cada función de producción). Demuestre además que $\frac{CMe}{Cmg} = e(x)$.

11. Dada la siguiente función de costos $\min(w_1, w_2, ..., w_n)y$

    (a) Halle la función de producción

    (b) Encuentre las demandas condicionadas de factores

    (c) Encuentre la función de beneficios

    (d) Encuentre la oferta del bien y.

Chapter 3

Oferta de Trabajo

12. Un trabajador representativo tiene una función de utilidad dada por

$$U(x,c) = \sqrt{c} - x$$

donde x son las horas de trabajo y c su consumo. Su salario es de w y los precios son normalizados a $p = 1$. El gobierno desea recaudar ingresos mediante un impuesto al ingreso laboral del trabajador.

 (a) Si el gobierno pone un impuesto de suma fija T sobre los ingresos salariales, evalúe cómo cambia la oferta laboral del individuo, es decir el número de horas que ofrece a un salario dado.
 (b) Si el impuesto es proporcional al ingreso, de modo que el trabajador sólo recibe una fracción de $(1-t)$ de su ingreso salarial, evalúe el efecto sobre la oferta laboral.
 (c) Si se sabe que la demanda laboral es independiente del impuesto, ¿qué efectos tendrán ambos impuestos sobre el equilibrio en el mercado laboral? ¿Tendrá esto algún efecto sobre la producción?
 (d) Hallar para el literal b) la tasa t que maximiza el recaudo.

13. Un joven estudiante de micro III deriva utilidad de su consumo, pero entiende que su estudio le permitirá mayores niveles de consumo futuro y no le molesta estudiar. Por lo tanto su utilidad está dada por:

$$U(x,e) = \ln x + \beta \ln e$$

donde x es su consumo, e las horas dedicadas a la educación por día y $\beta \ln e$ es la utilidad descontada por impaciencia de los futuros niveles de consumo que le permitirán e horas de estudio.

El tiempo que el joven no dedica a estudiar lo usa para trabajar recibiendo un salario de w por hora. Adicional a ese salario, sus padres le ayudan con una transferencia de dinero por un monto fijo de I que el joven usa para consumir x unidades de consumo a un precio de p cada una.

(a) Halle las horas que el estudiante dedicará al estudio y su consumo. Muestre las condiciones para que la solución sea interior, es decir $0 < e^* < 24$. Calcule cómo varía e^* cuando aumenta β, I y w, explicando la intuición de estos resultados.

(b) ¿Qué sucede cuando $\beta \to 0$ y $\beta \to \infty$?

(c) Los padres del joven, preocupados por su rendimiento deciden ponerle un límite a sus recursos consumidos $p\overline{x}$, ¿qué debe cumplir este límite para que el joven aumente sus horas de estudio?

14. El objetivo de este ejercicio es entender el efecto del número de hijos sobre la oferta laboral de una mujer. Suponga que una familia está compuesta por una mujer y n hijos (ignoraremos por simplicidad al hombre o padre de la familia). La utilidad de la madre está dada por:

$$u(c_M) + \alpha \sum_{i=1}^{n} (c_i + g(L)), \tag{3.1}$$

donde $u(c_M)$ es la utilidad del consumo de la madre (u es una función cóncava), $c_i + g(L)$ es la utilidad del hijo i, que es una función cuasilineal en el consumo c_i y el tiempo que le dedica la madre al hogar L. α es un parámetro que mide cuánto se preocupa la madre por el bienestar de sus hijos.

La restricción presupuestal del hogar está dada por:

$$c_M + \sum_{i=1}^{n} c_i = wh + v, \tag{3.2}$$

donde $h = T - L$ es el tiempo que la madre trabaja y w es el salario. Además, v es el ingreso no laboral.

(a) ¿Cuál cree que sea la intuición del término $g(L)$ en la función de utilidad de los hijos?

(b) Demuestre que la madre siempre consumirá una cantidad fija de los bienes de consumo $c_M^* < v$ y que el ingreso restante $wh + v -$

$c_M^* > 0$ lo repartirá de cualquier forma entre los hijos (asuma que la función de la utilidad de la madre cumple que $u'(v) < \alpha$).

(c) Usando el literal anterior, reescriba la función de utilidad en términos del consumo total de los hijos C y las horas de la madre en el hogar L. Esta función la llamaremos la función de utilidad indirecta $U(C, L)$. Demuestre que las curvas de indiferencia de $U(C, L)$ tienen pendiente negativa y que curvas más alejadas del origen corresponden a mayores niveles de utilidad.

(d) Dibuje algunas curvas de indiferencia en un plano L, C, encuentre la TMS y muestre gráfica y algebráicamente el efecto del número de hijos sobre las curvas de indiferencia. ¿Cuál es la intuición de que el número de hijos aumente el valor del tiempo pasado en el hogar (L) respecto al tiempo de trabajo (valorado en w) y cómo se ve esto en el modelo?

(e) En un plano L, C dibuje también la restricción presupuestal de la madre. ¿Cómo cambia la restricción con α? (pista: qué pasa con c_M^*?), explique la intuición.

(f) Caracterize la solución al problema de maximización de la madre. ¿Cuál es la condición de optimalidad?

(g) Muestre que un aumento exógeno en el número de hijos (n aumenta por fuera del modelo), disminuye la oferta laboral de la mujer para un nivel salarial dado. De acuerdo a estos resultados, ¿qué se podría esperar de una disminución exógena en el tamaño de las familias?

15. Un individuo tiene la siguiente función de utilidad: $u(x, l) = x + 2\sqrt{l}$, donde x es el consumo de bienes y l el de ocio. Plantee y resuelva el problema del consumidor y encuentre la función de demanda del bien de consumo, el ocio y la función de oferta laboral.

16. Verdadero o Falso. Justifique su respuesta.

- Si un monopsonio de mercado laboral enfrenta una curva de oferta creciente el gasto marginal del insumo es igual al precio del insumo.

Chapter 4

Preferencias Intertemporales

17. Un consumidor que vive T periodos enfrenta la siguiente función de utilidad:

$$U(c_1, c_2, ..., c_T) = \sum_{i=1}^{T} \phi_i \frac{c_i^{1-\theta}}{1-\theta}$$

   (a) Interprete la función de utilidad en los siguientes escenarios:
      i. $\phi_i = 1 \ \forall i$
      ii. $\phi_i = \beta^{i-1} \ \forall i$ y $\beta \in (0, 1)$
      iii. $\phi_i = \beta^{i-1} \ \forall i$ y $\beta > 1$
      iv. $\phi_1 = 1$ y $\phi_i = 0$ para $i \neq 1$

   Suponga que se cumple la segunda situacion ($\phi_i = \beta^{i-1} \ \forall i$ y $\beta \in (0, 1)$) con T=2. Además, suponga que el individuo recibe un ingreso I_1 en el primer periodo y otro I_2 en el segundo, con la posibilidad de ahorrar o endeudarse en el primer periodo.

   (b) Derive una expresión para la restricción presupuestal si el individuo enfrenta una tasa de interés r.

   (c) Plantee el problema de optimización

   (d) De las condiciones de primer orden del problema de optimización usted encontrará una ecuación C_1 en función de los términos C_2, r, β. Esta expresión se conoce como la ecuación de Euler. Dé una interpretación para esta expresión.

   (e) Encuentre los niveles de C_1 y C_2 óptimos.

   (f) ¿Qué sucede si la tasa de interés sube? Descomponga el cambio en efecto sustitución y efecto ingreso.

(g) ¿Qué sucede si el término β se incrementa?

(h) ¿Qué sucede si I_1 se reduce?

Chapter 5

Intercambio

18. Considere una economía de intercambio con dos agentes Alicia y Beto. En esta economía se consumen dos bienes X y Y, de los que Alicia posee A_x y A_y y Beto B_x y B_y. Alicia y Beto deciden intercambiar entre ellos ambos bienes a precios P_X y P_Y respectivamente y su utilidad es de la forma $U_i = \ln X_i + \ln Y_i$.

    (a) Halle la curva de contrato (todas las asignaciones pareto eficientes posibles bajo intercambio).

    (b) Encuentre las funciones de demanda del bien X y Y por parte de Alicia y Beto.

    (c) Encuentre las funciones de exceso de demanda $Z_X(P_X, P_Y)$ y $Z_Y(P_X, P_Y)$ y pruebe que son homogéneas de grado cero en los precios, continuas y que cumplen la ley de Walras.

    (d) Encuentre los precios relativos $p = P_X/P_Y$ de equilibrio. Demuestre que a estos precios, se obtiene una asignación de recursos que cae sobre la curva de contrato.

    (e) Suponga que un planeador social quiere reasignar las dotaciones iniciales de modo que al final, el resultado del mercado sea el mismo para Alicia y Beto (es decir queden con iguales cantidades de ambos bienes). ¿Puede lograr el planeador este fin?. Si es posible, halle todas las asignaciones de dotaciones iniciales que lo logran.

19. Considere una economia de intercambio con dos consumidores (A y B), y funciones de utilidad $u_A = x_{1A} - \frac{1}{8}x_{2A}^{-8}$ y $u_B = x_{2B} - \frac{1}{8}x_{1B}^{-8}$. Suponga que las dotaciones iniciales son $e_A = (2, r)$ y $e_B = (r, 2)$.

(a) Caracterice el conjunto de asignaciones Pareto eficiente. Grafíquelo.

(b) Encuentre el equilibrio walrasiano (Aquí encontraré que existe más de un equilibrio, es decir que el equilibrio no es único. De hecho, Arrow demostró que las condiciones para que el equilibrio sea único son extremas: Que todos los agentes tengan funciones de utilidad Cobb-Douglas). Pista: use $r = 2^{8/9} - 2^{1/9}$ y prueben que las relaciones de precios $p = \{2, 1, 1/2\}$, son todas de equilibrio.

(c) Verifique que estas asignaciones pertenecen al conjunto de asignaciones Pareto eficiente.

20. La idea de este equilibrio es enfocarnos en la formación de precios y el tanteador walrasiano. La idea de este tanteador es que va ajustando los precios hasta llegar al equilibrio, sin embargo como veremos a continuación este supuesto no siempre es realista.

Recuerde el ejercicio anterior con una economía de intercambio con dos consumidores (A y B), y funciones de utilidad $u_A = x_{1A} - \frac{1}{8}x_{2A}^{-8}$ y $u_B = x_{2B} - \frac{1}{8}x_{1B}^{-8}$. Suponga que las dotaciones iniciales son $e_A = (2, r)$ y $e_B = (r, 2)$. Donde $r = 2^{8/9} - 2^{1/9}$ y los precios $p = \{2, 1, 1/2\}$, son todas de equilibrio.

Cuando se resolvió el problema se llego a la conclusión de que el exceso de demanda de cada bien era

$$Z_1(p_1, p_2) = 2 + \frac{r}{p} - p^{\frac{-8}{9}} + p^{\frac{-1}{9}} - 2 - r$$

$$Z_2(p_1, p_2) = p^{\frac{1}{9}} + 2 + rp - p^{\frac{8}{9}} - 2 - r$$

donde $p = \frac{p_1}{p_2}$.

Vamos a demostrar que es "difícil" que el tanteador llegue a $p = 1$, mientras que es "fácil" que llegue a $p = 0.5$ y $p = 2$.

(a) Dibuje el diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_1(t)}{dt} = z_1(p_1, p_2)$ y $\frac{dp_2(t)}{dt} = z_2(p_1, p_2)$

(b) Un equilibrio es localmente estable si cuando se tiene un vector de precios relativos inicial suficientemente cercano al de equilibrio, entonces los precios convergen a los de equilibrio. Demuestre que $p = 0.5$ y $p = 2$ son equilibrios estables mientras que $p = 1$ no lo es.

(c) Utilizando el diagrama de fase demuestre la afirmación en negrilla. Piense en que pasaría si el tanteador walrasiano comienza con un precio relativo diferentes a los de equilibrio ¿Sería posible llegar a $p = 1$?

21. Una asignación factible de recursos en una economía se dice libre de envidia si ningún agente preferiría estrictamente tener la asignación que a otro le corresponde.

   (a) Usando el Segundo Teorema del Bienestar, ¿cómo podríamos redistribuir la dotación total de la economía, de tal manera que el equilibrio resultante bajo competencia perfecta sea libre de envidia? (En particular, la asignación de equilibrio es eficiente, por el primer teorema del bienestar).

   (b) Una asignación es justa (fair) si es, a la vez, libre de envidia y eficiente en sentido de Pareto. En una caja de Edgeworth, demuestre que las asignaciones libres de envidia no necesariamente son justas.

22. Los subastadores Walrasianos X y Y juegan a equilibrar un mercado de intercambio de dos consumidores A y B con unas dotaciones dadas. El juego es simultaneo y X y Y eligen respectivamente p_X, p_Y. El outcome del juego es $z_X(p_X, p_Y)$ y $Z_Y(p_X, p_Y)$. Los objetivos de cada subastador son minimizar $(z_X(p_X, p_Y))^2$ y $(Z_Y(p_X, p_Y))^2$, por lo tanto, los subastadores Walrasianos buscan acercar los excesos de demanda individuales a cero, tanto como sea posible.

   (a) Halle las curvas de reacción (de forma implícita) de ambos subastadores.

   (b) Caracterice el equilibrio de Nash de este juego (p_X^*, p_Y^*).

   (c) Demuestre que el equilibrio de Nash de este juego (p_X^*, p_Y^*) corresponde a los precios del equilibrio Walrasiano de la economía de intercambio de A y B con sus respectivas dotaciones iniciales.

   (d) ¿Qué puede concluir acerca de la formación de precios de equilibrio en relación al proceso de convergencia al equilibrio de Nash de un juego?. (Pista: En el teorema del bienestar hay un único subastador que busca equilibrar todos los mercados. Aquí hay dos subastadores que cada uno busca equilibrar sólo su mercado e igual terminan llegando a un equilibrio simultaneo de ambos.)

23. En una economía existen dos productores que producen bienes A y B respectivamente. Las funciones de producción representativas son $A(K,L) = (L_A + 1)e^{K_A}$; $B(K,L) = L_B K_B$, las dotaciones iniciales para A son $L_A^0 = 1$; $K_A^0 = 2$, y la dotación para B es $L_B^0 = 2$; $K_B^0 = 3$. Suponga que los precios de los factores son w para L y r para K. Encuentre:

    (a) La curva de contrato.

    (b) La TMT (Tasa marginal de transformación) e interprétela.

    (c) La demanda por factores para cada productor.

    (d) La relación precio de los factores.

    (e) Caracterice los equilibrios.

    (f) Muestre sus resultados en una caja de Edgeworth .

    (g) Muestre que relaciones de precios son estables utilizando un diagrama de fase para las ecuaciones diferenciales $\frac{dp_L(t)}{dt} = z_L(w,r)$ y $\frac{dp_K(t)}{dt} = z_K(w,r)$, donde Z_i es el exceso de demanda del factor i.

    (h) ¿Son las asignaciones de equilibrio eficientes en el sentido de Pareto?

    (i) ¿Es posible llegar a una asignación eficiente, en el sentido de Pareto, diferente cambiando las dotaciones iniciales?

    (j) ¿Existe alguna asignación eficiente, en el sentido de Pareto, que no se pueda alcanzar con un equilibrio competitivo cambiando las dotaciones iniciales?

24. La FPP de funciones Cobb Douglass:

    Suponga una economía con capital total $\overline{k} = 1$ y trabajo $\overline{L} = 1$ y dos empresas. La empresa 1 tiene una función de producción $X_1 = Ak_1^\alpha l_1^{1-\alpha}$ y la empresa 2 $X_2 = Ak_2^\beta l_2^{1-\beta}$, donde A es un parámetro tecnológico.

    (a) Encuentre la FPP de forma implícita o parametrizada usando l_1 como parámetro. (Esto quiere decir que debe hallar los conjuntos de producción eficientes (X_1, X_2) en función de l_1, luego la FPP es la curva $(X_1(l_1), X_2(l_1))$ cuando l_1 recorre $(0,1)$).

    (b) Pruebe que hay un trade-off entre producir X_1 y producir X_2. (Pista: Demuestre que al aumentar l_1, X_1 aumenta y X_2 decrece). Interprete el resultado.

(c) ¿Qué le pasa a la FPP a medida que el parámetro tecnológico A aumenta?

(d) Encuentre la FPP explícitamente cuando $\alpha = \beta$.

25. Considere la siguiente economía: Existen tres productos: leguma, tillip y quillip, dos consumidores (denominados 1 y 2) y dos empresas (denominadas x e y). La empresa x produce tillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología lineal de producción $t = 3l$. Es decir, por cada unidad de leguma utilizada como factor de producción la empresa produce tres unidades de tillip. La empresa y produce quillip a partir de la leguma de acuerdo con la tecnología de producción $q = 4l$. Cada consumidor inicialmente posee 5 unidades de leguma y es propietario de un 50% de cada empresa. El consumidor 1 tiene una función de utilidad dada por

$$u_1(t, q) = 6 + 0.4ln(t) + 0.6ln(q)$$

. El consumidor 2 tiene la función de utilidad

$$u_1(t, q) = 8 + ln(t) + ln(q)$$

.

¿Cuál es el equlibrio general de esta economía? Suponga que las empresas y los consumidores toman los precios como dados y desean maximizar sus beneficios.

Chapter 6

Bienes Publicos

26. Atontado y Bobalicón comparten una casa. La casa tiene un jardín de rosas. Tanto a Atontado como a Bobalicón les gusta mirar las rosas de su jardín. Denotamos el numero de rosas como x y la cantidad de dinero que cada uno tiene para gastar en otros bienes como y_a y y_b. Sus preferencias están descritas por $U_a(x, y_a)$ y $U_b(x, y_b)$. Denote sus riquezas por w_a y w_b. El hogar tendría que gastar $C(x)$ pesos para tener x rosas.

    (a) Escriba el problema de maximización que caracteriza las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.

    (b) Derive la condición de optimalidad.

    (c) Ahora suponga que entre ellos deciden establecer el siguiente mecanismo: Cada uno paga $t_iC(x)$ (donde $t_a + t_b = 1$ para que las rosas estén completamente financiadas). Demuestre que si cada agente maximiza su utilidad individualmente se llegara al óptimo social. Encuentre los valores de t_i que coinciden con este optimo.

27. Suponga que A-soft es una empresa dedicada a desarrollar software de alta calidad. Por su parte B-Ing, es una firma de ingenieria. Ambas firmas están en el mismo pueblo y los trabajadores de ambas firmas comparten sus conocimientos a diario entre ellos. Por lo tanto, cada vez que A-soft desarrolla nuevo software, los ingenieros de B-ing se enteran de los nuevos metodos y son más productivos. De hecho, si h es el nivel de desarrollo de A-soft, su ganancia está dada por $\pi_A = ah^{1/2} - h$ y la ganancia de B está dada por $\pi_B = bh^{1/2}$. El director del pueblo se

da cuenta que con ciertas medidas económicas el nivel de desarrollo h podría ser mayor y propone varias opciones:

(a) Que ambas empresas se fusionen. Encuentre en este caso el nivel de desarrollo h que se eligirá y las ganancias agregadas.

(b) Poner un subsidio τ a A-soft. Calcule el subsidio ideal si se desean maximizar las ganancias de las empresas. Encuentre el nivel de desarrollo de equilibrio con este impuesto.

(c) Declarar a A-soft como dueña del desarrollo tecnológico y oblicar a B-ing a pagar un precio p por cada unidad de desarrollo que use. Encuentre en este caso el precio p y el nivel de desarrollo de equilibrio.

(d) Explique por qué la situación planteada constituye una externalidad. Contraste el resultado de cada una de las soluciones planteadas contra el del mercado sin nignuna de las soluciones.

28. En el neolítico, las tribus de n cazadores y m recolectores comían mamut. El cazador i, decidía dedicar m_i horas a la cacería. Los mamut cazados, eran compartidos en las tribus de forma semejante a bienes públicos y las mujeres se apareaban con los mejores cazadores. La utilidad del cazador i es entonces

$$u_i = T \cdot ln\left(\frac{m_i}{\overline{m}}\right) + ln\left(\overline{m}\right) - m_i.$$

La utilidad generada por el sexo está captada por $T \cdot n\left(\frac{m_i}{\overline{m}}\right)$, donde $\overline{m}$ es el promedio de horas de caza de todos los cazadores y T un ponderador. Esta elección representa el hecho de que entre más caze un cazador respecto al promedio, mayores probabilidades tendrá de aparearse, pues las mujeres recolectoras buscaban buenos cazadores. La utilidad que está generada por la comida de carne de mamut, está captada por $ln\left(\overline{m}\right)$. Finalmente, la desutilidad por el esfuerzo y tiempo en las cacerías, está captada por el termino $-m_i$.

(a) Si un planeador central decide el número de horas que cada cazador dedicará a cazar mamut, con el objetivo de maximizar la suma de utilidades tomando T=0, ¿Cuántas horas serían dedicadas por la tribu a cazar mamut?

(b) Si cada cazador decide independientemente cuántas horas dedicar a la cacería, ¿cuántas horas serán dedicadas por la tribu a cazar mamut?. (Recuerde que todos los cazadores son identicos)

(c) Si $T = 0$, explique su respuesta del literal b.

(d) Si $T = 1$, explique su respuesta del numeral b.

29. Considere tres consumidores que se preocupan por su consumo de un bien privado y su consumo de un bien público. Sus funciones de utilidad están dadas por:

$$U_i = X_i G$$

donde X_i denota el consumo del bien privado de i y G el consumo del bien público. El costo unitario del bien público es \$1 y del bien privado es \$10. Los individuos tienen una riqueza inicial de $w_1 = 30$, $w_2 = 50$ y $w_3 = 20$.

(a) Encuentre el óptimo social de esta economía.

(b) Ahora suponga que el gobierno le cobra a cada individuo $t_i G$ (donde $t_1+t_2+t_3 = 1$ para que el bien público esté completamente financiado). Demuestre que si cada agente maximiza su utilidad individualmente se llegara al óptimo social. Encuentre los valores de t_i que coinciden con este optimo y discuta que tan viable es esta solución en el mundo real.

30. El número de personas en un pueblo es de 100. Todos los días estas personas eligen una ruta para ir de la zona residencial (Punto A) a la zona industrial (Punto B). Existen únicamente 2 rutas para ir del punto A al punto B. La ruta 1 es ligeramente más larga pero es amplia y por ende puede albergar cualquier cantidad de tráfico. Sea T_1 la cantidad de trafico de la ruta 1(número de personas que la transitan). El tiempo de viaje de esta ruta siempre es de 15 minutos. La ruta 2 es más corta pero más angosta por lo que se congestiona. Si no hay trafico uno se demora 5 minutos en esta ruta, pero si el trafico de esta ruta (número de personan que la transitan) es T_2 entonces el tiempo de viaje es $5 + \frac{T_2}{C}$ donde C es un factor de capacidad de la ruta. La gente siempre elige la ruta más rápida.

(a) Suponga que la capacidad de la ruta 2 es 5. Es decir el tiempo de viaje por la ruta 2 es $5 + \frac{T_2}{5}$. En equilibrio, cuanta gente elige la ruta 2 y cual es el tiempo de viaje?

(b) Suponga que el alcalde de este pueblo, Samy, decide ampliar la capacidad de la ruta 2 debido a que hay mucha congestión. Demuestre que cualquier incremento en la capacidad tal que $C \leq 10$

no mejora el tiempo de viaje en equilibrio. Explique este fenómeno conocido como la paradoja de Pigou-Knight-Down.

(c) Cuales son las implicaciones de política de esta paradoja.

31. Suponga que 100 personas tienen acceso a una área de pastoraje común. Cada persona puede decidir entre no tener vacas, tener una o tener 2 vacas. Nadie puede tener dos vacas por ley. Las vacas son utilizadas para proveer de leche a la familia de la persona. Entre más vacas este usando el área de pastoraje menor será el retorno de la leche. En particular cada persona obtiene:

$$L_i = (200 - X)x_i$$

donde L_i denota los litros de leche que obtiene, x_i el numero de vacas que la persona tiene y X denota el número total de vacas que tiene las 100 personas ($X = x_1 + x_2 + ... + x_{100}$).

(a) Suponga que cada quien quiere maximizar los litros de leche que obtiene. Cual sería el equilibrio de la economía?

(b) Seria posible llegar a un punto donde exista un mayor bienestar social (e individual) si se permite que existan transferencias de leche?. Es decir donde los individuos con mas vacas le transfieren leche a los individuos con menos vacas, compensándolos por su "sacrificio". Encuentro dicho equilibrio.

Chapter 7

Elección Social

32. Supongamos que se desea crear una FES para una sociedad que tiene $n \geq 3$ alternativas. Un economista sugiere modificar la Cuenta de Borda buscando una FES que satisfaga la independencia de alternativas irrelevantes(IAI). Para esto, propone que a cada alternativa A, se define para el agente i, el puntaje de i para A como $p_i(A) = w_k$, donde k es la posición que la alternativa A ocupa en el ranking de i, y $w_1 > w_2 > \ldots > w_n > 0$ son unos pesos dados. Asumiremos que los agentes tienen preferencias en las que no hay dos alternativas indiferentes. Teniendo en cuenta la definición anterior, la FES, que denotaremos por $\succ_w$ se define como

$$A \succ_w B \Leftrightarrow p(A) = \sum_{i=1}^{n} p_i(A) \geq \sum_{i=1}^{n} p_i(B) = p(B).$$

   (a) Muestre que si $w_k = n - k$, la FES obtenida es identica a la de la Cuenta de Borda que denotaremos $\succ_{CB}$.

   (b) ¿Cuales de las propiedades vistas en clase (diferentes de IAI) son satisfechas por esta FES?

   (c) Suponga que $n = 4$ y en la sociedad hay 3 agentes. ¿Si $w_1 = 40, w_2 = 20, w_3 = 10, w_4 = 5$, hay IAI? (Hint: Busque dos perfiles de preferencias con iguales ordenes para dos alternativas pero diferentes ordenes en la FES).

   (d) Cree usted que es posible elegir los pesos de modo que la FES obtenida cumpla la IAI? (Hint: Piense en el teorema de imposibiloidad de Arrow).

33. Sabemos por el Teorema de Arrow que ninguna FES cumple las 6 siguientes propiedades:

    1. El número de alternativas es por lo menos 3.

    2. El dominio de las preferencias de los agentes únicamente tiene la restricción de que sean racionales.

    3. La FES es racional para todo perfil de preferencias.

    4. Independencia de Alternativas Irrelevantes.

    5. Paretiana.

    6. No dictatorial. Muestre que para cada una de las anteriores propiedades, hay una FES que satisface las otras 5. Esto demuestra que todas las condiciones del teorema de Arrow son necesarias.

34. Suponga que las autoridades económicas de un país, deciden elegir la tasa de impuestos mediante una votación de Concorcet. Tienen un continuo de opciones $0 \leq t \leq 1$ donde t es el porcentaje de ingresos que se debe pagar en impuestos. Los impuestos recaudados son distribuidos homogeneamente entre los I individuos del país, donde I es impar. Las preferencias de los individuos son crecientes en su riqueza, la promedio del ingreso es $\overline{w}$ y la media es w^*. El agente i tiene un ingreso w_i.

    (a) Interprete la diferencia entre w^* y $\overline{w}$. Qué nos dice esta diferencia acerca de la distribución del ingreso?

    (b) Si la tasa de impuestos es t, la riqueza del agente i es igual a $(1-t)w_i + t\overline{w}$. Demuestre que las preferencias de los agentes sobre t son *single peaked*, y que el ganador de una votación de concorcet t_c es siempre $t_c = 0$ o $t_c = 1$ dependiendo del signo de $w^* - \overline{w}$. Interprete el resultado.

Chapter 8

Incertidumbre

35. Un individuo tiene la siguiente funcion de utilidad: $u = x^{\frac{1}{2}}$. El individuo se enfrenta a la siguiente situacion: con $\pi = 1/2$ puede obtener un ingreso de \$36 y con $\pi = 1/2$ puede obtener \$100.

    (a) Posee el individuo aversion al riesgo? Sustente.

    (b) Cual es el pago con certeza que hace al individuo indiferente a esta loteria?

    (c) Cuanto esta dispuesto a pagar el individuo para evitar la loteria?

    (d) Calcule los coeficientes de aversion absoluta y relativa al riesgo Que ocurre con estos coeficientes cuando x aumenta? Explique.

36. Usted esta pensando en hacer un viaje y gastar \$10.000. Su utilidad del viaje es una funcion de lo que gaste en este (y): $u(y) = lny$

    (a) Posee usted aversion al riesgo? Sustente.

    (b) Si hay una probabilidad de 25% de que usted pierda \$1.000 de su dinero durante el viaje Cual es la utilidad esperada del viaje?

    (c) Suponga que usted se puede asegurar contra la perdida. Pagando una prima actuarialmente justa de \$250 (esta es la perdida esperada). Muestre que usted estara mejor comprando el seguro que no comprandolo.

    (d) Cual es la cantidad maxima que usted esta dispuesto a pagar por asegurar sus \$1.000?

37. Considere un individuo con las siguientes caracteristicas: Indice de utilidad: $u = ln(m^2)$, donde m es un pago monetario.

Riqueza total: w=\$10

Riqueza con riego de perdida: D=\$5

Probabilidad de perdida: π

(a) Calcule el indice de aversion absoluta al riesgo Es el individuo amante, averso o neutral al riesgo? Sustente.

El individuo tiene la posibilidad de asegurarse, comprando α unidades de seguro (cada unidad paga \$1 si ocurre la perdida) a un precio $q \in (0,1)$.

(b) Suponga que el individuo compra α unidades de seguro. Escriba el pago monetario del individuo para los siguientes eventos: (a) ocurre el accidente; (b) no ocurre el accidente.

(c) Con base en los pagos del punto anterior, escriba la utilidad esperada de este individuo.

(d) Obtenga las cantidades de seguro α que demandara el individuo (Pista: Deben quedar en terminos de q y de π).

(e) Suponga que $\pi = 0.3$ Que nivel de precio q sera actuarialmente justo? Sustente.

Chapter 9

Principal Agente

Un jugador A recibe una cantidad de dinero K y elige una fracción del dinero x para su compañero B. Su compañero, decide si acepta esta fracción o la rechaza. Si la acepta A recibe $(1-x)K$ y B recibe xK. Supongamos que estos compañeros son celosos, de modo que al final del juego Si B acepta, B obtiene una utilidad de:

$$u_B = \ln(kx + w_B) + T\ln(2x)$$

y A recibe una utilidad de

$$u_A = \ln(k(1-x) + w_A) + T\ln(2(1-x)).$$

Donde w_A es la riqueza inicial de A y w_B la de B, Y $T > 0$ es un parámetro que mide la importancia de la posición relativa, captada por una función de utilidad común sobre la fracción de dinero recibida.

Si B no acepta, B obtiene una utilidad de

$$u_B = \ln(w_B)$$

y A de

$$u_A = \ln(w_A).$$

(a) Encuentre una ecuación para la oferta óptima que realizará A. ¿Rechaza B esta oferta? (En casos de indiferencia, B acepta la oferta).

(b) Determine cómo varía esta oferta a medida que varía T, si $T = 0$ y si $T \to \infty$. Interprete el resultado.