

Teoría de Juegos
Prof. Mauricio Romero
Parcial 1 - 13 de Julio de 2013

Nota 1: Debe devolver este enunciado y todas las hojas que le entreguen.

Nota 2: Está prohibido el uso de calculadora y de celular.

Nota 3: Puede usar todo los teoremas vistos en clase, siempre y cuando mencione las hipótesis que el teorema debe cumplir y justifique que las hipótesis se cumplen.

Nota 4: Todos los puntos valen lo mismo. La nota del examen sera el numero total de puntos que consigna multiplicado por $5/8$. (i.e. $5 \frac{Puntos}{8}$)

1. **1 punto** Considere un juego donde dos jugadores eligen simultáneamente un número entre cero y veinte. Los pagos de cada jugador están dados por

$$u_1(x, y) = 2xy - x^2$$

$$u_2(x, y) = 10y + xy - y^2$$

- (a) **0.3 puntos** Calcule y grafique la función de mejor respuesta de cada jugador.
- (b) **0.4 puntos** ¿Es este juego soluble por medio de eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas? Justifique su respuesta.
- (c) **0.3 puntos** ¿Cuántos equilibrios de Nash existen en este juego? Muestre cuales son y justifique su respuesta.
2. **1 punto** Dos firmas están desarrollando una nueva tecnología para permitir a los consumidores probar los alimentos por Internet. Dado los riesgos y el tamaño previsto relativamente pequeño de este mercado, la compatibilidad de las tecnologías es muy importante. “La Brasa Roja” avanza firmemente en desarrollar su tecnología, RemoteTaste. “Kokoriko” ha venido desarrollando su tecnología, BitterWeb. Si ambas adoptan la misma tecnología, cada una puede ganar en total \$200 millones. Si adoptan diferentes tecnologías, los consumidores no comprarán ningún producto, conduciendo a una ganancia de \$0. Re-acondicionar la fábrica para implementar una tecnología diferente a la propia costaría \$100 millones a “Kokoriko” y \$200 millones a “La Brasa Roja”. La decisión sobre que tecnología adoptar debe ser tomada simultáneamente.
- (a) **0.2 puntos** Represente el juego en la forma normal.
- (b) **0.2 puntos** Represente el juego en la forma extensiva.
- (c) **0.3 puntos** Encuentre los equilibrios de Nash en estrategias puras.
- (d) **0.3 puntos** Encuentre los equilibrios de Nash en estrategias mixtas.

3. **1 punto** Dos individuos se reúnen a almorzar. Ambos tienen la misma función de utilidad:

$$U_i(C_i, B_i) = \frac{1}{2} \ln C_i + \frac{1}{2} \ln B_i$$

Donde C es la cantidad de comida consumida y B es el conjunto de bienes comprados con los recursos que queden después de almorzar por cada uno de los individuos. Ambos disponen del mismo ingreso y solo pueden gastarlo en C y en B . Su ingreso es $2e$, donde $e = 2,7182$.

Suponga que los jugadores deciden ir a la americana (cada uno paga su propio consumo):

- (a) **0.2 puntos** Encuentre la cantidad C y B que los jugadores deciden consumir.
- (b) **0.2 puntos** ¿Cuál es la utilidad obtenida por cada uno de los jugadores?

Ahora suponga que deciden ir miti-miti (la cuenta se divide en dos montos iguales)

- (a) **0.2 puntos** Encuentre la cantidad de C y de B que cada individuo decide consumir.
 - (b) **0.2 puntos** ¿Cuál es la utilidad obtenida por cada uno de los jugadores?
 - (c) **0.2 puntos** Compare los resultados obtenidos en el literal b y d y explique intuitivamente porque se da la diferencia.
4. **1 punto** Subway tiene el monopolio de los sándwiches y logra una ganancia anual de \$100,000. Metro, una compañía canadiense recién creada, contempla la posibilidad de entrar en el mercado, incurriendo en unos costos de \$25,000 y dividiendo las ganancias anuales 50-50 con Subway. Subway amenaza con vender al costo, si es necesario, para mantener su posición de monopolista. En cuyo caso ninguna de las dos firmas tendrá ganancias. Recuerde que: Metro de todas maneras incurrió en unos costos fijos de entrar a un nuevo mercado. Metro puede elegir entre “entrar al mercado” y “no entrar al mercado” y Subway, una vez observa si Metro entra, puede decidir entre “Vender al costo” y “Darle la bienvenida al nuevo competidor”.
- (a) **0.2 puntos** Dibuje el juego en forma extensiva, incluyendo los pagos
 - (b) **0.2 puntos** Escriba la representación normal del juego.
 - (c) **0.2 puntos** Muestra que la amenaza de Subway no es creíble.
 - (d) **0.2 puntos** ¿Cuál es el equilibrio perfecto en subjuegos?
 - (e) **0.2 puntos** ¿Existe un equilibrio de Nash que no sea equilibrio perfecto en subjuegos? Justifique y en caso de que exista diga por que no tiene sentido dicho equilibrio.
5. **1 punto** La autoridad fiscal de Chibchombia tenía el siguiente problema. La inspección fiscal esta tan desarrollada que cualquier infractor es detectado. Sin embargo, los jueces están tan cargados de trabajo que solo pueden juzgar y castigar a un evasor de impuestos cada año, y las infracciones fiscales que no se juzguen al año siguiente de cometerse la infracción no se pueden castigar. Hasta ahora el sistema determinaba por sorteo quien era juzgado. Lamentablemente, la probabilidad de ser castigado era tan baja que todo el mundo evadía los impuestos. La consultora del gobierno, CTJMR (Clase de Teoría De Juegos de Mauricio Romero), recomendó que en lugar de juzgar a la gente por sorteo se la juzgara por orden alfabético. Al año siguiente no hubo ni un solo evasor.
- (a) **0.75 puntos** Explique por qué hubo este cambio tan grande de actitud de la gente. (i.e. justifique porque este es el resultado del juego, diga que concepto de solución va a utilizar).
 - (b) **0.25 puntos** Describa otra regla que produzca el mismo resultado.
6. **1 punto** Pepito Pérez y Fulanito de Tal se encuentran una lámpara encantada. El genio de la lámpara les ofrece un kilo de oro pero les dice que deben dividirlo entre ellos de la siguiente manera: En el primer periodo Pepito hace una oferta (que proporción del kilo de oro se queda cada uno) y Fulanito decide si aceptarla o rechazarla. Si la acepta, el juego acaba y se dividen el kilo de oro de acuerdo a la oferta. Si se rechaza, Pepito hace una oferta de nuevo y Fulanito decide si aceptarla o rechazarla de nuevo. Si la acepta, el juego acaba. Si la rechaza, entonces Fulanito hace una contraoferta. Pepito debe decidir si aceptar o rechazar. Si acepta el juego se acaba. Si rechaza Pepito y Fulanito se quedan sin el kilo de oro pues el genio se enfurece por no ponerse de acuerdo. El factor de descuento es δ_p y δ_f para Pepito y Fulanito respectivamente.
- (a) **0.5 puntos** Encuentre un equilibrios perfecto en subjuegos donde llegen a un trato en el primer periodo y diga cuál es el resultado de este equilibrio (i.e. con que proporción del kilo de oro se queda cada uno).
 - (b) **0.2 puntos** Si $\delta_f = 0$, ¿Qué sucede con la proporción del kilo de oro que se queda cada uno?. De una intuición a este resultado.

- (c) **0.2 puntos** Si $\delta_p = 0$, ¿Qué sucede con la proporción del kilo de oro que se queda cada uno?. De una intuición a este resultado.
- (d) **0.1 puntos** Compare los resultados del numeral b y el numeral c y de algún tipo de intuición sobre las diferencias y similitudes.
7. **1 punto** Considere el siguiente juego en forma normal. Suponga que el factor de descuento es $\delta < 1$ para ambos jugadores.

	D	E	F
A	2,3	0,6	0,5
B	4,0	0,0	0,1
C	5,0	1,0	1,1

- (a) **0.2 puntos** Suponga que el juego se repite T veces (T finito). ¿Existe un equilibrio perfecto en subjuegos donde se juegue (A, D) en todos los periodos?
- (b) **0.2 puntos** Suponga que el juego se repite T veces (T finito). ¿Existe un equilibrio perfecto en subjuegos donde se juegue (A, D) en todos los periodos menos en el ultimo?
- (c) **0.2 puntos** Suponga que el juego se repite T veces (T finito). Describa el conjunto de equilibrios perfectos en subjuegos.
- (d) **0.4 puntos** Suponga que el juego se repite infinitas veces. ¿Existe un equilibrio perfecto en subjuegos donde se juegue (A, D) en todos los periodos? Diga qué condiciones se deben imponer para que el equilibrio exista.
8. **1 punto** Imagine que existen dos firmas (Firma 2 y Firma 3) que son monopolistas en industrias diferentes (i.e. no compiten entre ellas). La Firma 1 debe decidir si entrar a competir en el mercado de la Firma 2 o entrar a competir en el mercado de la Firma 3. El costo de producción en el mercado de la Firma 2 es cero mientras que en el mercado de la Firma 3 es de 2 por unidad. La demanda en el mercado de la Firma 2 está dada por $p = 9 - Q$ mientras que en el mercado de la Firma 3 esta dado por $p' = 14 - Q'$, donde Q y Q' son las cantidades totales producidas en el mercado de la Firma 2 y en el mercado de la Firma 3 respectivamente (p y p' son los precios respectivamente).
- La situación es la siguiente. La Firma 1 primero decide a cual mercado entrar (E2 quiere decir entrar al mercado de la Firma 2 y E3 quiere decir entrar al mercado de la Firma 3). Esta decisión es observada tanto por la Firma 2 como por la Firma 3. Si la Firma 1 decide E2 entonces las Firmas 1 y 2 compiten estilo Stackelber en ese mercado (donde la Firma 2 elige q_2 primero y después la Firma 1 elige q_1) y la Firma 3 se queda como monopolista en su mercado con una ganancia de 36 (ganancia monopolista). Si la Firma 1 decide E3 entonces las Firmas 1 y 3 compiten estilo Cournot en ese mercado (seleccionando cantidades q_1 y q_3 simultáneamente) y la Firma 2 se queda como monopolista en su mercado con una ganancia de 36 (ganancia monopolista) $81/4$.
- (a) **0.2 puntos** Dibuje la forma extensiva de este juego.
- (b) **0.6 puntos** Calcule el equilibrio perfecto en subjuegos de esta situación. En equilibrio, ¿a que mercado entra la firma 1?
- (c) **0.2 puntos** Existe un equilibrio de Nash (no necesariamente perfecto en subjuegos) donde la Firma 1 elige E2. Justifique.