

Teoría de Juegos
Prof. Mauricio Romero
Parcial 2 - 22 de Julio de 2013

Nota 1: Debe devolver este enunciado y todas las hojas que le entreguen.

Nota 2: Está prohibido el uso de calculadora y de celular.

Nota 3: Puede usar todo los teoremas vistos en clase, siempre y cuando mencione las hipótesis que el teorema debe cumplir y justifique que las hipótesis se cumplen.

Nota 4: Todos los puntos valen lo mismo. La nota del examen será el número total de puntos multiplicado por $5/7$. (i.e. $5 \frac{\text{Puntos}}{7}$)

1. **1 punto** Considere una subasta de segundo precio.
 - (a) **0.4 puntos** Demuestre que en una subasta de segundo precio ofertar mi valoración domina débilmente a todas las demás reglas de decisión sin importar cuantos jugadores existan ni cual es la distribución de la valoración de los jugadores.
 - (b) **0.3 puntos** Encuentre un equilibrio de Bayes-Nash de este juego. Justifique.
 - (c) **0.3 puntos** Comente la importancia de este resultado.

2. **1 punto** Considere una subasta donde “todos pagan”. Es decir, sin importar si la persona ganó o no ganó el objeto paga su puja. El individuo con la oferta más alta gana el objeto. Suponga que hay dos individuos y que cada uno conoce su valoración del objeto pero no sabe cuál es la valoración de su contrincante, solo sabe que es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente entre 0 y 1, i.e. $v_{-i} \sim U[0, 1]$. Encuentre el equilibrio Bayes-Nash. Puede suponer que en el equilibrio $b(v) = kv^2$. Los siguientes numerales le ayudaran a ir paso a paso por la demostración.
 - (a) **0.3 puntos** Encuentre la utilidad esperada del individuo i si oferta a pero valora el objeto v y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = kv^2$.
 - (b) **0.3 puntos** Encuentre cual es la oferta optima para el individuo i si valora el objeto v .
 - (c) **0.4 puntos** En equilibrio la oferta optima del individuo i si valora el objeto v debe seguir $b(v) = kv^2$. Utilice esta información para encontrar el valor de k . ¿Cuál es el equilibrio Bayes-Nash?

3. **1 punto** Demuestre que en una subasta de primer precio ofrecer mi valoración no es un equilibrio Bayes-Nash. Suponga que hay dos individuos y que cada uno conoce su valoración del objeto pero no sabe cuál es la valoración de su contrincante, solo sabe que es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente entre 0 y 1, i.e. $v_{-i} \sim U[0, 1]$. Para la demostración siga los siguientes pasos:
 - (a) **0.3 puntos** Encuentre la utilidad esperada del individuo i si oferta a pero valora el objeto v y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = v$.
 - (b) **0.3 puntos** ¿Cuál es la oferta optima para el individuo i si valora el objeto v .
 - (c) **0.4 puntos** Concluya. Es decir justifique porque pujar mi valoración no es un equilibrio Bayes-Nash.

4. **1 punto** Imagínesse la batalla de los sexos entre “el” y “ella”, donde “el” no sabe si “ella” en realidad quiere ir a una cita con “el” (probabilidad $\frac{3}{5}$) o si “ella” lo está evitando (probabilidad $\frac{2}{5}$). Los dos pueden elegir ir al golfito (G) o a tomar Pola (P). Si ella quiere ir a una cita con “el” la matriz de pagos seria:

| | | | |
|------|---|-----|-----|
| | | El | |
| Ella | | G | P |
| | G | 3,1 | 0,0 |
| | P | 0,0 | 1,3 |

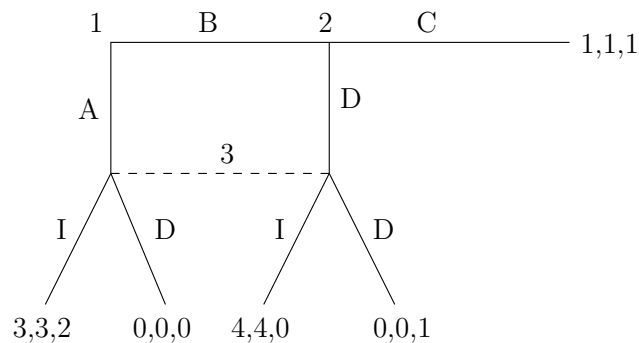
Table 1: Cuando “ella” quiere salir con “el”

Si “ella” está tratando de evitarlo entonces la matriz de pagos seria:

| | | | |
|------|---|-----|-----|
| | | El | |
| Ella | | G | P |
| | G | 0,3 | 1,0 |
| | P | 3,0 | 0,1 |

Table 2: Cuando “ella” está evitando verse con “el”

- (a) **0.1 puntos** Cuantos tipos hay para cada jugador.
- (b) **0.2 puntos** Como es una regla de decisión para cada jugador
- (c) **0.7 puntos** Encuentre el equilibrio Bayes-Nash de este juego.
5. **1 punto** Considere la siguiente situación. Un estudiante está aplicando a una Maestría en Economía. El comité de admisión no sabe si la persona en realidad “ama” la economía o la “odia” pero sabe que el 90% de la gente en el mundo “odia” la economía. El estudiante debe decidir si aplicar o no. Si no aplica, el pago tanto para el comité como para el estudiante es cero. Si el estudiante aplica, el comité debe decidir si aceptarlo o no. Si lo rechaza el comité tiene un pago de cero y el estudiante de -1 . Si lo acepta, el pago depende de si el estudiante “ama” la economía o no. Si el estudiante “ama” la economía, el pago es de 20 tanto para el comité como para el estudiante. Si el estudiante, odia la economía, el pago es de -10 para ambos.
- (a) **0.3 puntos** Represente este juego en forma extensiva
- (b) **0.4 puntos** Encuentre todos los equilibrios Bayesianos Perfectos.
- (c) **0.1 puntos** ¿Cuales de estos equilibrios son separadores y cuales son agrupadores?
- (d) **0.2 puntos** ¿Cuales de estos equilibrios son “lógicos” o se pueden justificar y cuáles no?
6. **1 punto** Considere el siguiente juego:



- (a) **1 punto** Encuentre todos los equilibrios Bayesianos Perfectos.

7. **1 punto** La jefe de un hospital debe decidir si contratar a un nuevo cirujano o no. Los cirujanos pueden ser de “alta” o “baja” calidad. Es bien sabido que un tercio de los cirujanos en el mundo son de alta calidad. El hospital solo quiere contratar personas de alta calidad, pero esta información es desconocida para el jefe del hospital, que solo puede ver si la persona fue a “Uniandes” o a “Unigaraje”. Sin embargo, también se sabe que algunos cirujanos de baja calidad logran graduarse de “Uniandes” gracias (por que se copian, el profesor es un “bacán” y los pasa, etc.) y algunos cirujanos de alta calidad irán a “Unigaraje” pues es más barato y más fácil graduarse por lo que tienen más tiempo libre. Se calcula que el costo adicional para los cirujanos de baja calidad de graduarse de “Uniandes” es de 21, comparado con graduarse de “Unigaraje”. Para los cirujanos de alta calidad este costo adicional es solamente de 4 unidades. El hospital paga un salario de 20 si contrata a la persona y recibe un ingreso de 40 si contrata a una persona de alta calidad (es decir las ganancias serian de 20) y un ingreso de 0 si contrata a alguien de baja calidad(es decir sus ganancias serian de -20). El juego sucede la siguiente forma. La naturaleza selecciona si la persona es de alta o baja calidad, después la persona selecciona si ir a “Uniandes” o a “Unigaraje” y finalmente la firma, habiendo observado la decisión educativa de la persona, decide si contrata o no contrata a la persona.
- (a) **0.1 puntos** Represente este juego en forma extensiva
 - (b) **0.3 puntos** Encuentre todos los equilibrios Bayesianos Perfectos.
 - (c) **0.1 puntos** ¿Cuales de estos equilibrios son separadores y cuales son agrupadores?
 - (d) **0.3 puntos** ¿Qué pasaría si el costo de ir a “Uniandes” baja a 10 (por ejemplo, porque nadie persigue la copia? Encuentre todos los equilibrios Bayesianos Perfectos.
 - (e) **0.2 puntos** Justifica este modelo la obsesión de los Andes con que los estudiantes no se copien? Responda utilizando los resultados del modelo y añadiendo intuición.
8. **Bono de 0.5** Considere una subasta de herencia. Es decir, dos hermanos heredan una fabrica de su padre. Para decidir quien se queda con la fabrica ellos hacen una subasta de primer precio entre ellos, donde la puja mas alta gana, paga su puja y se queda con la fabrica. La diferencia con una subasta normal de primer precio, es que el perdedor se queda con la puja del ganador. Es decir si i gana con b_i entonces el se queda con $v_i - b_i$ y el perdedor se queda con b_i . Suponga que cada individuo conoce su valoración pero no la de su hermano, y solo sabe que $v_{-i} \sim U[0, 1]$. Encuentre un equilibrio Bayes-Nash de este juego. Si quiere puede suponer que en equilibrio $b(v) = kv$.
- Para otros **0.25 puntos** adicionales, calcule la utilidad esperada en equilibrio y compare la con la subasta de primer precio. Para otros **0.25 puntos** adicionales demuestre que si en vez de una subasta de primer precio, se hiciera una subasta de segundo precio, entonces pujar la valoración **no** es un equilibrio.