Universidad de los Andes
Facultad de Economía
Teoría de Juegos
Profesor: Mauricio Romero

Solución Taller 3: Juegos estáticos con información completa. Equilibrio de Nash
Fecha: sábado 06 de julio

Conductor 2

Conductor 1	Paradero	Antes
Paradero	1,1	0,2
Antes	2,0	1,1

1. Retomando el juego del taller anterior y considerando sólo estrategias puras, encuentre la función o correspondencia de reacción de cada jugador y el o los equilibrios de Nash, si es que hay alguno. ¿Coincide con el resultado por estrategias dominadas? (1 punto)

2. Permita ahora que se jueguen estrategias mixtas. Encuentre la función o correspondencia de reacción permitiendo estrategias mixtas (además de puras). Encuentre el o los equilibrios de Nash permitiendo estrategias mixtas (además de puras). (1 punto)

3. Defina los siguientes conceptos según la Teoría de Juegos:

a) Mejor respuesta (0.2 puntos)
b) Función de reacción y sus restricciones (0.2 puntos)
c) Equilibrio de Nash (0.2 puntos)
d) Estrategia mixta (02 puntos)
e) Dominación en estrategias mixtas (0.2 puntos)

Solución:

1) Recordando la definición de E.N., donde éste es una mejor respuesta mutua, donde ningún i tiene incentivos a desviarse unilateralmente:

$$FR_1 = \begin{cases} \text{Antes}, & a_2 = \text{Paradero} \\ \text{Antes}, & a_2 = \text{Antes} \end{cases}$$

$$FR_2 = \begin{cases} \text{Antes}, & a_1 = \text{Paradero} \\ \text{Antes}, & a_1 = \text{Antes} \end{cases}$$

E.N: la intersección entre las correspondencias, por lo tanto:

E.N $= \{a_1 = \text{Antes},\ a_2 = \text{Antes}\}$, y coincide con el resultado por estrategias dominadas.

2. Para estrategias mixtas, le otorgamos una probabilidad a cada acción y sacamos los valores esperados:

i. $EU_1 = p\cdot q\,(1) + (1-p)q\,(2) + (1-p)(1-q)(1) + p(1-q)(0)$

$= \cancel{pq} + 2q - \cancel{2pq} + 1 - \cancel{q} - p + \cancel{pq}$

$= q - p + 1$

$EU_2 = p\cdot q\,(1) + p(1-q)(2) + (1-p)(1-q)(1) + (1-p)q(0)$

$= \cancel{pq} + 2\cancel{p} - \cancel{2pq} + 1 - q - \cancel{p} + \cancel{pq}$

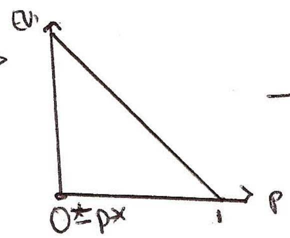
$= p - q + 1$

ii. Saco las MR con las FR de cada uno:

$FR_1: p(q)$ → La respuesta de 1 depende de lo que haga 2 (q), por eso p en función de q y viceversa.

$\underset{\{p\}}{\text{Max}}\ EU_1 = q - p + 1$ → Función lineal, esto es importante para tener clara la representación.

$\dfrac{\partial EU_1}{\partial p} = -1 < 0$ →



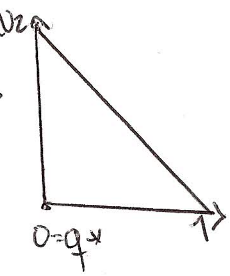
→ esto nos dice que la utilidad de 1 se maximiza cuando $p = 0 = p^*$.

① $\boxed{FR_1 = 0}$

$FR_2: q(p)$

$\underset{\{q\}}{\text{Max}}\ E_2 = p - q + 1$

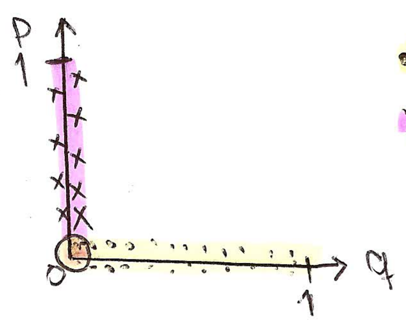
$\dfrac{\partial EU_2}{\partial q} = -1 < 0$ →



→ lo mismo sucede en este caso.

② $\boxed{FR_2 = 0}$

iii. Ahora vemos donde se intersectan las FR:



•$FR_1: p(q) = 0$

x$FR_2: q(p) = 0$

EN en mixtas $= \{p = 0, q = 0\}$, lo que se traduce a que con probabilidad 1, los conductores jugarán Antes en vez de pasada.

La respuesta coincide con EN en puras.

3. a) Mejor Respuesta: conjunto de estrategias del individuo i que maximizan su utilidad, dado que los demás individuos mantengan su perfil de estrategias.

b) Función de Reacción y sus restricciones: una función de reacción para el jugador i especifica la mejor respuesta de i a cada posible combinación de estrategias de los demás.

c) Equilibrio de Nash: una combinación de estrategias para cada jugador tal que cada estrategia sea la mejor respuesta a las estrategias de los demás.

d) Estrategia mixta: distribución de probabilidad sobre el espacio de estrategias.

e) Dominación en estrategias mixtas:

σ_i domina s'_i, si y sólo si $EU(\sigma_i, s_{-i}) > EU(s'_i, s_{-i}) \; \forall s_{-i} \in S_{-i}$

Es decir, si jugar s'_i siempre es estrictamente peor a σ_i.