Solución Taller 6: Juegos Dinámicos con Información completa
Juegos repetidos y teorema popular

Teoría de juegos: Mauricio Romero
Fecha: jueves 16 de julio, 2013

Juego base (G):

1) Pasajero i, i = 1, 2
2) A_i = (Puerta, Alejado)
3) Estático
4) info. completa
5) Pagos:

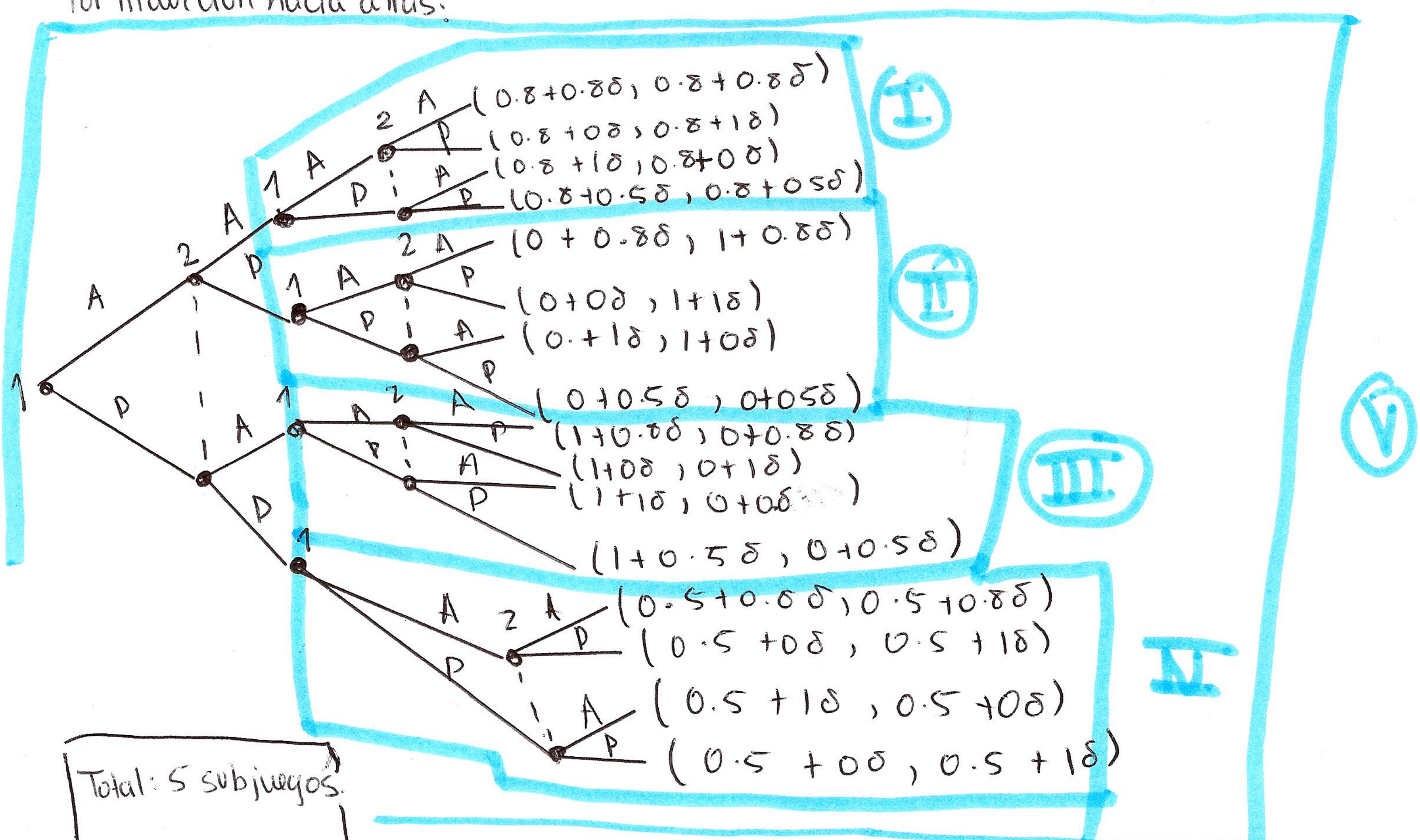
Pasajero 1 \ Pasajero 2	Puerta	Alejado
Puerta	0.5, 0.5	1, 0
Alejado	0, 1	0.8, 0.8

6) (G, T = x)

1. T = 2

Estrategia desencadenante $\begin{cases} (A,A); & t=1 \\ (A,A); \text{ si en } t=1 \text{ se jugó } (A,A) & t=2 \\ (P,P) & d/c. \end{cases}$

Por Inducción hacia atrás.



Total: 5 subjuegos.

$t=2$ { Subjuegos con desviaciones previas = II, III, IV
* idénticos a G : (P,P) único E.N.

Subjuegos sin desviaciones previas = I
* idéntico a G : (P,P) único E.N.

$t=1$: dado $t=2$, subjuego II también es idéntico a G al δ ser sólo una transformación monotónica de los pagos, y (P,P) resulta ser también el único E.N., por lo cual EPS será igual al E.N.

- Con base en esto, podemos decir que la Estrategia Desencadenante no es EPS, al haber muy pocas repeticiones, y por ende no hay suficientes incentivos para moverse fuera del único EN del juego base.

2) $T=\infty$

Estrategia Desencadenante = $\begin{cases} (A,A) & t=1 \\ (A,A) \text{ si } \forall t \text{ anterior se jugó } (A,A) & t>1 \\ (P,P) \text{ d.l.c.} \end{cases}$

Por inducción hacia atrás:

$$U_i = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} U_{it}$$

- Subjuegos Tipo I: hubo desviaciones previas
¿Es P mejor respuesta de i dado que -i juegue P?

V_{i1} → máx. utilidad que i puede obtener en I → la que genera MR.

→ En t escojo la MR según V_{i1}.
En t+1 estoy también en un subjuego que me da V_{i1}.

$\Rightarrow U_i(a_{it}, P_t) = U_{it}(a_{it}, P_i) + \delta V_{i1}$

P	vs	A
$0.5+\delta V_{it}$	>	$0+\delta V_{it}$

→ la mejor opción para i cuando el otro está en la puerta es P.

↳ $\boxed{V_{i1} = \frac{0.5}{1-\delta}}$

- Subjuegos Tipo II: sin desviaciones previas.

¿Es A mejor respuesta de i dado que -i juegue A?

$V_{i,2}$ → mejor utilidad en II

Δ t+1 es idéntico a t (II) si y sólo si en t se jugó (A, A). De lo contrario, t+1 es subjuego tipo I (con desviación)

A vs P

$0.8+\delta V_{i2}$ $\quad$ $1+\delta \underbrace{V_{i1}}_{I}$ → $\overset{A}{0.8+\delta V_{i2}}$ vs $\overset{P}{1+\delta\left(\frac{0.5}{1-\delta}\right)}$

↳ $\boxed{V_{i2}=\frac{0.8}{1-\delta}}$ → $\overset{A}{\frac{0.8}{1-\delta}} \geq \overset{P}{1+\frac{\delta}{1-\delta}0.5}$

$0.8 \geq (1-\delta)+\delta 0.5$

$-0.2 \geq (1-\delta)+\delta 0.5$

$-0.2 \geq -\delta+\delta 0.5$

$\boxed{\frac{2}{5} \geq \delta}$

→ Para que (A, A) sea EN de subjuegos tipo I, $\frac{2}{5} \geq \delta$.

R// Por lo tanto, si esto se cumple, la estr. desencadinante será EPS.

3. Si, el Teorema Popular afirma que si en el juego base un conjunto de pagos es posible y estrictamente mejor para ambos jugadores (como es el caso de (A, A) en éste), hay un EPS de (G, ∞) en el que los pagos promedio por periodo son lo suficientemente altos para coordinarse gracias al Factor de Descuento Intertemporal.

En este juego el único EN en G es (P, P), con pagos asociados (0.5, 0.5). El conjunto de pagos promedio por periodo generado por la estr. desencadenante en 2. es (0.8, 0.8), lo cual es posible y mejor que el EN. Por lo tanto, se cumple lo requerido por el Teorema popular en el juego repetido al ∞ infinito con un δ lo suficientemente alto.