

Teoría de Juegos
Prof. Mauricio Romero
Taller preparación 2 - 22 de Julio de 2013

Nota 1: Debe devolver este enunciado y todas las hojas que le entreguen.

Nota 2: Está prohibido el uso de calculadora y de celular.

Nota 3: Puede usar todo los teoremas vistos en clase, siempre y cuando mencione las hipótesis que el teorema debe cumplir y justifique que las hipótesis se cumplen.

Nota 4: Todos los puntos valen lo mismo. La nota del examen sera el numero total de puntos que consigna multiplicado por 5/8. (i.e. $5 \frac{\text{Puntos}}{8}$)

1. **1 punto** Considere una subasta de segundo precio.
 - (a) **0.4 puntos** Demuestre que en una subasta de segundo precio ofertar mi valoración domina debilmente a todas las demás reglas de decisión sin importar cuantos jugadores existan ni cual es la distribución de la valoración de los jugadores.
 - (b) **0.3 puntos** Encuentre un equilibrio de Bayes-Nash de este juego. Justifique.
 - (c) **0.3 puntos** Comente la importancia de este resultado.
2. **1 punto** Considere una subasta de primer precio. En esta situación dos individuos están pujando por una herencia. Cada individuo conoce su valoración del objeto pero no sabe cual es la valoración de su contrincante, solo sabe que es una variable aleatoria que se de la siguiente manera

$$F(v_{-i}) = \begin{cases} 0 & \text{si } v_{-i} < 0 \\ v_{-i}^3 & \text{si } v_{-i} \in [0, 1] \\ 1 & \text{si } v_{-i} > 1 \end{cases}$$

i.e.

$$f(v_{-i}) = \begin{cases} 3v_{-i}^2 & \text{si } v_{-i} \in [0, 1] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre el equilibrio Bayes-Nash. Puede suponer que en el equilibrio $b(v) = kv + c$. Los siguientes numerales le ayudaran a ir paso a paso por la demostración.

- (a) **0.25 puntos** Encuentre la probabilidad de ganar la subasta del individuo i si oferta a y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = kv + c$.
 - (b) **0.25 puntos** Encuentre la utilidad esperada del individuo i si oferta a pero valora el objeto v y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = kv + c$.
 - (c) **0.25 puntos** Encuentre cual es la oferta optima para el individuo i si valora el objeto v .
 - (d) **0.25 puntos** En equilibrio la oferta optima del individuo i si valora el objeto v debe seguir $b(v) = kv + c$. Utilice esta información para encontrar el valor de k . Cual es el equilibrio Bayes-Nash?
3. **1 punto** Demuestre que en una subasta donde “todos pagan” ofrecer mi valoración no es un equilibrio Bayes-Nash. En una subasta donde todos pagan, sin importar si la persona gano o no gano el objeto paga su oferta. El individuo con la oferta mas alta gana el objeto. Suponga que hay dos individuos y que cada uno conoce su valoración del objeto pero no sabe cual es la valoración de su contrincante, solo sabe que es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente entre 0 y 1, i.e. $v_{-i} \sim U[0, 1]$. Para la demostración siga los siguientes pasos:
 - (a) **0.25 puntos** Encuentre la probabilidad de ganar la subasta del individuo i si oferta a y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = v$.

- (b) **0.25 puntos** Encuentre la utilidad esperada del individuo i si oferta a pero valora el objeto v y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = v$.
- (c) **0.25 puntos** Encuentre cual es la oferta optima para el individuo i si valora el objeto v . Tenga cuidado a la hora de derivar y tenga cuenta que ud quiere encontrar a^* .
- (d) **0.25 puntos** Concluya.
4. **1 punto** Imagínese un duelo entre “El llanero solitario” y “Jack Sparrow”. “El llanero solitario” no sabe si “Jack Sparrow” es rápido o lento, pero cree que es rápido con probabilidad $\frac{3}{4}$. La matriz de pagos en cada caso seria:

	“Jack Sparrow”	
“El llanero solitario”	Pelear	No Pelear
	Pelear	No Pelear
	2,3	3,1
	1,4	8,2

Table 1: “Jack Sparrow” es rápido

	“Jack Sparrow”	
“El llanero solitario”	Pelear	No Pelear
	Pelear	No Pelear
	5,2	4,1
	6,3	8,4

Table 2: “Jack Sparrow” es lento

- (a) **0.1 puntos** Cuantos tipos hay para cada jugador.
- (b) **0.2 puntos** Como es una regla de decision para cada jugador
- (c) **0.7 puntos** Encuentre el equilibrio Bayes-Nash de este juego.
5. **1 punto** Dos candidatos van a competir en una elección. EL primer es un candidato “tradicional” (piense en Santos, Vargas Lleras o Pardo en la elección del 2010) y otro es un candidato “alternativo” (piense en Mockus en la elección del 2010). El candidato tradicional es “fuerte” con probabilidad p y “débil” (con probabilidad $(1-p)$). El candidato alternativo no sabe si el candidato tradicional es “fuerte” o “débil”, pero el candidato “tradicional” si sabe si es “fuerte” o “débil”. El candidato “tradicional” puede incurrir en una campana publicitaria que tiene un costo de 0.2 si es “fuerte” y de 0.5 si es “débil”. Una vez el candidato alternativo observa la campana publicitaria decide si entrar en las elecciones o no. Si el candidato tradicional se enfrente al candidato “débil” entonces gana la campana. Si se enfrenta al candidato “fuerte” entonces pierde. Entrar a las elecciones tiene unos costos de 0.5 para el candidato alternativo si se enfrenta a un candidato con publicidad y tiene un costo adicional de 0.2 si pierde las elecciones.

En resumen, primero el candidato tradicional elige si hacer una campana publicitaria o no. El candidato alternativo observa esta decisión y decide si entrar a las elecciones o no. Entrar a las elecciones tiene un costo de 0.5 para el candidato alternativo si se enfrenta a un candidato con publicidad, mas 0.2 si pierde las elecciones y de cero para el candidato tradicional. Si el candidato alternativo se enfrente al candidato tradicional débil entonces gana, pero si se enfrenta al candidato tradicional fuerte entonces pierde. Ambos candidatos tienen una utilidad de 1 de ganar las elecciones.

- (a) **0.3 puntos** Represente este juego en forma extensiva
- (b) **0.4 puntos** Encuentre todos los equilibrios Bayesianos Perfectos. Asuma que $p = \frac{3}{2}$.
- (c) **0.1 puntos** Cuales de estos equilibrios son separadores y cuales son agrupadores?

- (d) **0.2 puntos** Cuales de estos equilibrios son “logicos” o se pueden justificar y cuales no?
6. Considere el siguiente ejemplo. Encuentre los equilibrios Bayesianos Perfectos. Cuales son equilibrios separadores y cuales son equilibrios agrupadores “pooling”? Cual equilibrios tienen sentido?

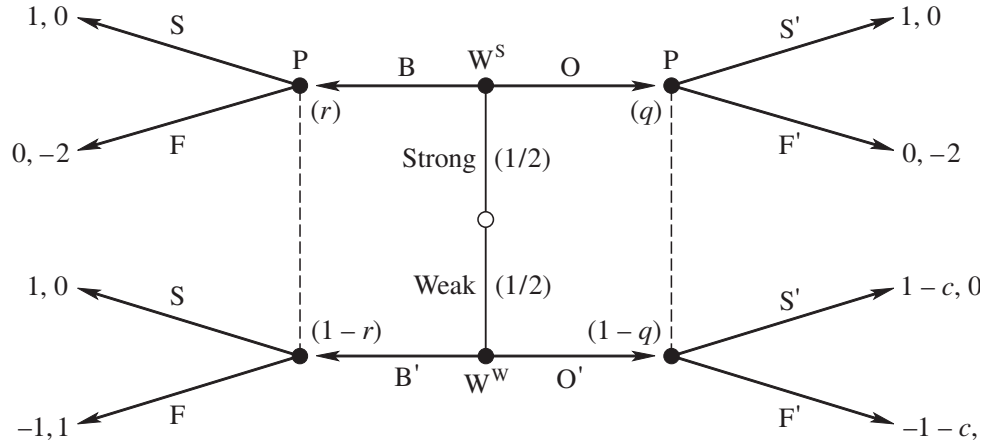


Figure 1: Tomada de las notas de clase de Joel Watson.