SOLUCIÓN Quiz II
Teoría de Juegos (ECON_2105)

Mauricio Romero

Julio 4 de 2014

Daniela L. Caro

Andrés F. Higuera

Desarrolle UNO de los dos puntos que se relacionan a continuación.

1. *Encuentre e intérprete los equilibrios Bayesianos (BNE) del siguiente juego:*

$$\boldsymbol{J = \{I, II\}}$$
$$\boldsymbol{T_I = \{I_1, I_2\}\; T_{II} = \{II\}}$$
$$\boldsymbol{p(I_1, II) = p(I_1, II) = \frac{1}{2}}$$

		q	$1-q$
		L	***R***
x	T_1	***1 , 0***	***0 , 2***
$1-x$	B_1	***0 , 3***	***1 , 0***

$$\boldsymbol{t = (I_1, II)}$$

		q	$1-q$
		L	***R***
y	T_2	***0 , 2***	***1 , 1***
$1-y$	B_2	***1 , 0***	***0 , 2***

$$\boldsymbol{t = (I_1, II)}$$

(2.5) ***No existe equilibrio Bayesiano en estrategias puras para este juego***

- $BR_I(L) = T_1B_2,\ BR_{II}(T_1B_2) = R \quad \Longrightarrow \quad J_{II}$ no juega L en BNE
- $BR_I(R) = B_1T_2,\ BR_{II}(B_1T_2) = L \quad \Longrightarrow \quad J_{II}$ no juega R en BNE

En consecuencia, $q \in (0,1)$

(1.0) ***Encontrar el valor de q***

$$\begin{aligned} E[U_1(\sigma_1, \sigma_2)|T_1 = I_1] &= xq + (1-x)(1-q) \\ &= (2q-1)x + (1-q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[U_1(\sigma_1, \sigma_2)|T_1 = I_2] &= y(1-q) + (1-y)q \\ &= (1-2q)y + q \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \quad q = \frac{1}{2}$$

(1.0) ***Encontrar los valores de x , y***

Condición de indiferencia en estrategias puras:

$$E[U_2(\sigma_1, L)] = E[U_2(\sigma_1, R)]$$
$$p(I_1, II)\big(3(1-x)\big) + p(I_2, II)(2y) = p(I_1, II)(2x) + p(I_2, II)\big(y + 2(1-y)(1-q)\big)$$
$$3(1-x) + 2y = 2x + y + 2(1-y)(1-q)$$
$$x = \frac{1+3y}{5}$$

(0.5) ***Equilibrio Bayesiano (BNE)***

$$BNE = \left\{(x, 1-x\,; y, 1-y), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$$

$$x = \frac{1+3y}{5} \quad , \quad x \in \left[\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right] \quad , \quad y \in [0,1]$$

Note que la probabilidad de elegir B_1 es decreciente en y. En consecuencia, una mayor probabilidad de jugar T_2 está asociada a una probabilidad más alta de jugar B_1, y cómo J_{II} no sabe a ciencia cierta cuál es el tipo de I, su mejor opción es jugar con igual probabilidad L y R.

2. ***Considere una subasta donde todos pagan sin importar si ganan o no el objeto en disputa. Suponga que hay dos individuos que conocen su valoración del objeto, pero no saben cuál es la de su contrincante; sólo saben que es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente entre 0 y 1, (i.e. $v_{-i} \sim U[0,1]$).***

   a. ***(1.0) Encuentre la utilidad esperada del individuo i si oferta a pero valora v y el oponente sigue la regla de decisión $b(v) = kv^2$.***

$$\begin{aligned} E\left[U_i\left(a, b(v_{-i})\right)\right] &= v_i P\left(a > b(v_{-i})\right) - a \\ &= v_i P(a > k v_{-i}^2) - a \\ &= v_i P\left(v_{-i} < \sqrt{a/k}\right) - a \\ &= v_i \sqrt{a/k} - a \end{aligned}$$

   b. ***(1.0) ¿cuál es la oferta optima para el individuo i si valora el objeto v?***

$$\frac{\partial E\left[U_i\left(a, b(v_{-i})\right)\right]}{\partial a} = \frac{v_i}{2\sqrt{ak}} - 1 = 0$$

$$a^* = \frac{v_i^2}{4k}$$

   c. ***(3.0) En equilibrio la oferta óptima del individuo i si valora el objeto v debe seguir $b(v) = kv^2$. Utilice esta información para encontrar el valor de k. ¿Cuál es el equilibrio Bayesiano? Sustente su respuesta***

$$a^* = k v_i^2$$

$$\frac{v_i^2}{4k} = k v_i^2 \implies k = \frac{1}{4k} \implies k = \frac{1}{2}$$

$$BNE = \left\{\frac{v_1^2}{2}, \frac{v_2^2}{2}\right\}$$