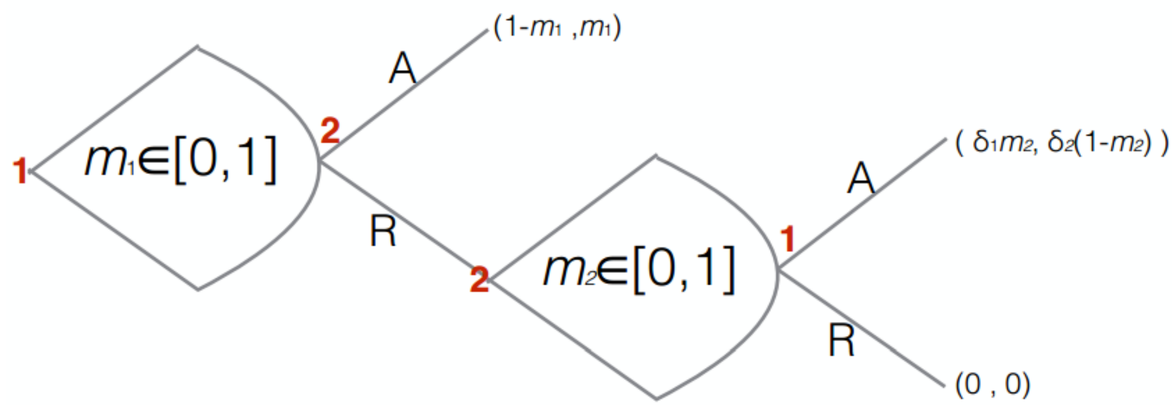
TALLER 5
Teoría de Juegos (ECON_2105)

Mauricio Romero

Julio 8 de 2014

Daniela L. Caro
Andrés F. Higuera

1. Juego del *Ultimátum* con contra-oferta



a) (0.8) Considere la siguiente estrategia $\hat{s_i} = \{m_i = 0, aceptar\ m_j > 0\ y\ rechazar\ m_j = 0\}$ ¿Cuál será la decisión del agente racional *j* como mejor respuesta? Justifique.

En este caso, no existe una estrategia BR. Esto se debe a que $\exists \epsilon > 0 \mid \{m_j = \epsilon\ ;\ \epsilon \rightarrow 0\}$. Es decir, existe siempre una oferta m_j más pequeña a la anterior que constituye una mejor respuesta. No obstante, el procedimiento de búsqueda nunca termina.

b) (1.5) Encuentre el *Equilibrio Perfecto de Subjuegos* (SPE)

Por lo anterior, el jugador i aceptará una propuesta siempre y cuando el pago recibido por aceptar sea mayor o igual a los pagos de la otra alternativa. Es decir, $m_j \geq U_i(R,.)$

Nodo 4:
J_1: $A \succcurlyeq_1 R \quad si \quad \delta_1 m_2 \geq 0$

Nodo 3:
J_2: $m_2 = 0$, pues obtiene pago de δ_2

Nodo 2:
J_2: $A \succcurlyeq_2 R \quad si \quad m_1 \geq \delta_2$

Nodo 1:
J_1: $m_1 = \delta_2$, pues obtiene pago de $1 - \delta_2 > 0$

$\Longrightarrow \; SPE = \{(\delta_2, A \; si \; \delta_1 m_2 \geq 0), (A \; si \; m_1 \geq \delta_2, 0)\}$

c) (0.2) Explique intuitivamente porqué $\boldsymbol{\delta_1}$ no afecta los pagos de equilibrio.

En ésta negociación, quien decide en segundo lugar (Debido a qué J_2hace la última oferta) será quién ponga sus términos en la negociación.

$\delta_1$no afecta los pagos del SPE, pues el jugador 1 está obligado, independientemente de su tasa de descuento, a jugar $m_1 = \delta_2$. En caso contrario, su pago sería cero.

2. (2.5) Trigger Strategy: Jugar el perfil de estrategias óptimo (según Pareto) en cada momento del tiempo, siempre y cuando éste perfil haya sido elegido a lo largo de todas las instancias anteriores del juego. En caso contrario, desviar.

	I	**C**
I	**1 , 1**	**3 , 0**
C	**0 , 3**	**2 , 2**

a) (0.8) Encuentre el NE de cada *stage-game.* ¿Es este perfil de estrategias un SPE? Justifique

$$\text{Perfil de estado de Nash} = \{I, I\}$$

Indudablemente éste perfil de estrategias constituyen un SPE pues a su vez la estrategia $\{I, I\}$ es un NE en cada subjuego (ver definición de subjuego en pág. 24 de las notas del curso).

b) (1.7) ¿Qué condición debe cumplir la *trigger strategy* para qué se sostenga cómo SPE?

Suponga inicialmente que se elige el perfil de estrategias $\{C, C\}$ en todos los momentos del juego. Calcule los pagos:

$$\begin{aligned} 2 + 2\delta + 2\delta^2 + 2\delta^3 + \cdots &= 2(1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \cdots) \\ &= 2\sum_{x=0}^{\infty} \delta^x \\ &= \frac{2}{1-\delta} \end{aligned}$$

¿Qué sucede si J_1desvia en $t = 1$?

$$\begin{aligned} 3 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \cdots &= 3 + \delta \sum_{x=0}^{\infty} \delta^x \\ &= 3 + \frac{\delta}{1-\delta} \end{aligned}$$

Para que la *trigger strategy* se sostenga cómo SPE debe ser el caso que:

$$\begin{aligned} \frac{2}{1-\delta} &\geq 3 + \frac{\delta}{1-\delta} \\ &\Longrightarrow \delta \geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Debe ser lo suficientemente paciente! (Ver Teorema de Folk)

Bono (1.0):

Considere un juego repetido con $T = 2$ y tasa de descuento 1 para cada uno de los jugadores. A continuación se relaciona la matriz de pagos del *stage game:*

	L	**M**	**R**
U	**8 , 8**	**0 , 9**	**0 , 0**
C	**9 , 0**	**0 , 0**	**3 , 1**
D	**0 , 0**	**1 , 3**	**3 , 3**

Encuentre y describa los SPE.

$Perfil\ de\ Estado\ de\ Nash = \{(C,R),(D,M),(D,R)\}$
$Estrategia\ Cooperativa = (U,L)$

Al ver la definición de SPE es claro que todas las combinaciones posibles entre las entradas del *Perfil de Estado de Nash* es un SPE:

1) $t = 1\ (D,M)$, $t = 2\ (D,M)$
2) $t = 1\ (D,M)$, $t = 2\ (D,R)$
3) $t = 1\ (D,M)$, $t = 2\ (C,R)$
4) $t = 1\ (C,R)$, $t = 2\ (D,M)$
5) $t = 1\ (C,R)$, $t = 2\ (D,R)$
6) $t = 1\ (C,R)$, $t = 2\ (C,R)$
7) $t = 1\ (D,R)$, $t = 2\ (D,M)$
8) $t = 1\ (D,R)$, $t = 2\ (D,R)$
9) $t = 1\ (D,R)$, $t = 2\ (C,R)$

Trigger Strategy:

Suponga que se juega (U,L) en las dos etapas del juego. Calcule los pagos:
$8 + 8 = 16$

¿Qué sucede si J_1desvía a C en $t = 1$? ¿Qué sucede si J_2desvía a M en $t = 1$?
$9 + 3 = 12 \rightarrow (C,R)$ $9 + 3 = 12 \rightarrow (D,M)$

Ésta estrategia se sostiene como SPE pues $16 > 12$.