SOLUCIÓN TALLER 6
Teoría de Juegos (ECON_2105)

Mauricio Romero

Julio 9 de 2014

Daniela L. Caro
Andrés F. Higuera

1. **(1.3) *Sean A, B, C eventos aleatorios tales que $P(C) > 0$. Demuestre que:***

$$\boldsymbol{P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(A \cap B|C)}$$

Recuerde que: $P(a|b) = \dfrac{P(a \cap b)}{P(b)}$; $\qquad P(b) > 0$

$$\Rightarrow \quad P(A \cup B|C) = \frac{P\big((A \cup B) \cap C\big)}{P(C)}$$

$$= \frac{P\big((A \cap C) \cup (B \cap C)\big)}{P(C)}$$

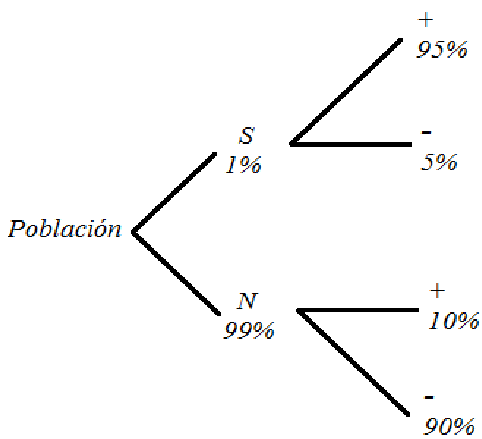
Aplicando la *Ley Aditiva de Probabilidad*:

$$P(A \cup B|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} + \frac{P(B \cap C)}{P(C)} - \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)}$$

$$= P(A|B) + P(B|C) - P(A \cap B|C) \qquad \blacksquare$$

2. ***(1.9) Una prueba de diagnóstico para una enfermedad es tal que (correctamente) detecta la enfermedad en 95% de los individuos que en realidad tiene la enfermedad. También, si una persona no tiene la enfermedad, la prueba reportará que él o ella no la tiene con probabilidad de 0.9. Sólo el 1% de la población tiene la enfermedad en cuestión. Si una persona es seleccionada al azar de la población y la prueba de diagnóstico indica que tiene la enfermedad.***

¿Cuál es la probabilidad condicional de que tenga, en realidad, la enfermedad? ¿Se considera confiable esta prueba de diagnóstico?



$$P(S|+) = \frac{.0095}{.108} \cong .088$$

No es confiable esta prueba de diagnóstico, en la medida en que la probabilidad de dar con un resultado correcto es muy baja.

3. ***Suponga que Y tiene una distribución uniforme sobre el intervalo $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$***

$$f(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta_2 - \theta_1}; & y \in [\theta_1, \theta_2] \\ 0 \quad ; & cop \end{cases}$$

a) ***(0.9) Encuentre $F(y)$***

$$F(y) = \begin{cases} y \quad ; & y \in [0,1] \\ 0 \quad ; & cop \end{cases}$$

b) ***(0.9) Demuestre que $P(a \leq Y \leq a + b)$, para $a, b \geq 0$, y $a + b \leq 1$ depende sólo del valor de b.***

$$P(a \leq Y \leq a + b) = F(a + b) - F(a)$$

$$= (a + b) - a$$

$$= b$$

Bono (1.0):

Suponga que A y B son eventos independientes tales que la probabilidad de que ninguno suceda es a y la probabilidad de B es b. Demuestre que:

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{1 - b - a}{1 - b}}$$

$$= \frac{1 - P(B) - P((A \cup B)^c)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - P(B) - (1 - P(A \cup B))}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{P(A \cup B) - P(B)}{1 - P(B)}$$

Aplicando la *Ley Aditiva de Probabilidad*:

$$P(A) = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{P(A) - P(A)P(B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{P(A)(1 - P(B))}{1 - P(B)} \qquad \blacksquare$$